MASTER
NEGATIVE
NO. 91-80184-3

AUTHOR: POPPOVICH, NIKOLA M.

TITLE: DIE LEHRE VOM DISKRETEN RAUM...

PLACE: WIEN

DATE: 1922

Master Negative #
91-80184-3

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES
PRESERVATION DEPARTMENT

BIBLIOGRAPHIC MICROFORM TARGET

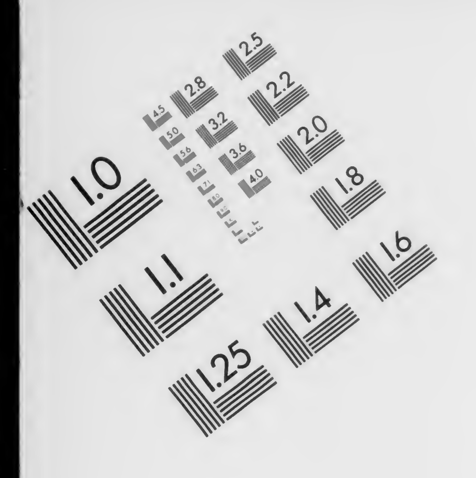
Original Material as Filmed - Existing Bibliographic Record

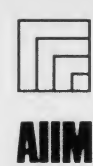
Poppovich, Nikola M
Die lehre vom diskreten raum in der neueren philosophie, von Nikola M. Poppovich... Wien, Braumüller, 1922.
89 p, diagrs. $24\frac{1}{2}$ cm.

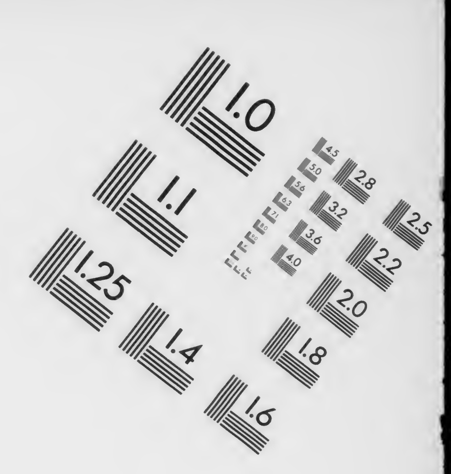
Restrictions on Use: 348058

TECHNICAL MICROFORM DATA

FILM SIZE: 35mm REDUCTION RATIO: 11x
IMAGE PLACEMENT: IA IIA IB IIB
DATE FILMED: 8/8/91 INITIALS RC
FILMED BY: RESEARCH PUBLICATIONS, INC WOODBRIDGE, CT





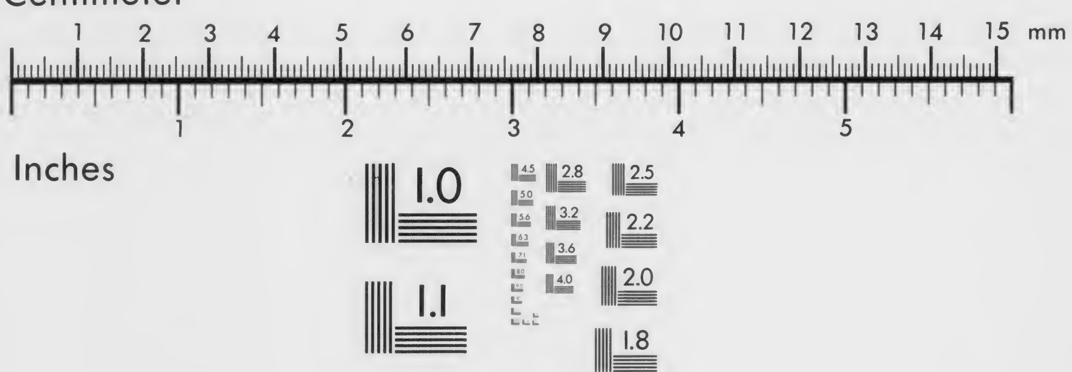


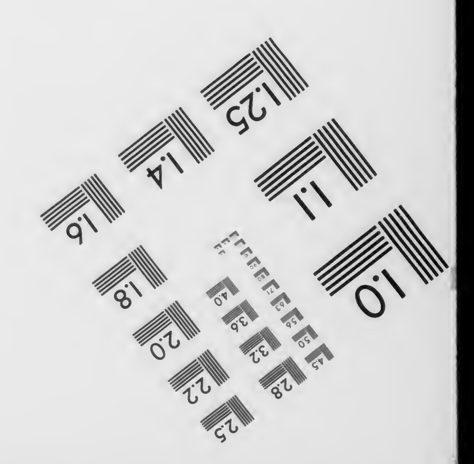
AIIM

Association for Information and Image Management

1100 Wayne Avenue, Suite 1100
Silver Spring, Maryland 20910

301/587-8202





MANUFACTURED TO AIIM STANDARDS
BY APPLIED IMAGE, INC.


SIGILLVM · COLLEGII · COLVMBIAE · NOVI · EBORACI
IN LUMINE TVO VIDEBIMVS LUMEN

DIE LEHRE VOM DISKRETEN RAUM

IN

DER NEUEREN PHILOSOPHIE

VON

NIKOLA M. POPPOVICH

DR. PHIL.

MOTTO:

DIE RICHTIGEN MATHEMATISCHEN BEGRIFFE SIND DER SCHLÜSSEL ZUR AUFLÖSUNG DES WELTRÄTSELS.

(B. Petronievics, Principien der Metaphysik, I, 1.)



WIEN UND LEIPZIG

WILHELM BRAUMÜLLER

UNIVERSITÄTS-VERLAGSBUCHHÄNDLER, Ges. M. B. H.

1922.



DRUCK VON HEINR. MERCY SOHN IN PRAG.

Inhalt.

Vorwort.

In der Geschichte der Philosophie sind von Anfang an die Schwierigkeiten entdeckt worden, die das menschliche Denken zu überwinden hatte, um zur klaren Einsicht in das geheimnisvolle Raumproblem durchzudringen. In der folgenden Abhandlung sind nun diejenigen Versuche berücksichtigt, die in der neueren Philosophie vom finitistischen Standpunkt aus unternommen wurden, den Raum als aus einer endlichen Zahl von Punkten bestehend aufzufassen und dadurch die genannten Schwierigkeiten zu beseitigen. Es ist dabei die Aufgabe, den historisch-kausalen Zusammenhang, der die betreffenden Raumtheorien miteinander verbindet, zutage zu fördern.

Im Mittelpunkte dieser geschichtlichen Betrachtung steht die Raumlehre Chr. Wolffs in ihrem spezifischen Unterschiede von der Raumlehre Leibniz', die irrtümlicherweise vielfach mit jener zusammengeworfen wird. Die geschichtliche Bedeutung der Raumlehre Wolffs besteht nun darin, daß sich der Finitismus in der neueren Philosophie des Raumes ganz und gar als von ihr abhängig erweist; ohne sie ließe sich weder das finitistische Gepräge der französischen einfachen Atomistik, die sich hauptsächlich durch ihren Finitismus von der deutschen einfachen Atomistik unterscheidet, noch auch die Herbartsche Lehre vom intelligiblen Raum verstehen. Insoferne es der folgenden Abhandlung gelungen sein sollte, den historisch-kausalen Zusammenhang unter den finitistischen Raumlehren in der neueren Philosophie zu beleuchten, möchte sie als ein Beitrag zur Geschichte der Philosophie gewürdigt werden.

Aber außer diesem rein historischen Interesse dürfte der Raumlehre Wolffs auch ein sachliches zukommen. Für einen überzeugten Vertreter des finitistischen Gedankens in der Raumphilosophie, den gegenwärtig so erfolgreich B. Petronievics in seinen „Prinzipien der Metaphysik" durchzuführen bestrebt ist, kommt es viel zu sehr darauf an, das Problem des Finitismus in der Raumphilosophie richtig aufzustellen. Dies geleistet zu haben, ist unserer Meinung nach das große Verdienst Wolffs.

Zum Schluß soll noch folgendes bemerkt werden: Die vorliegende Arbeit ist die Frucht meiner dreijjährigen Studien, die ich während meines Aufenthalts vom Ende des Jahres 1910 bis Anfang 1914 in Berlin betrieben

hatte. Nun ist es mir Herzenssache, an dieser Stelle mit tiefster Dankbarkeit der wertvollen Ratschläge zu gedenken, die mir im Laufe meiner Arbeit vom kürzlich verstorbenen B. Erdmann, wie auch von meinem verehrten Lehrer B. Petronievics erteilt wurden, und die mir vielfach die Orientierung in der Literatur, aus der diese Abhandlung hervorgegangen ist, erleichtert hatten.

Beograd, 10. April 1922.

Dr. Nik. M. Poppovich.

I. Kapitel.

Kurze Übersicht über die Geschichte des Raumproblems.

Im Mittelpunkte der geschichtlichen Entwicklung der Raumlehre steht die Frage nach der Beziehung des Raumes zur Wirklichkeit. Den ersten entscheidenden Fortschritt verdankt das Raumproblem Zeno dem Eleaten. Bis dahin herrschten zwei Raumauffassungen: die eine legte dem Urstoff räumliche Eigenschaften bei (Anaximander[1]); die andere nahm neben dem Stoffe einen leeren Raum an (Leukipp). Jedoch scheinen diese Denker sich der Schwierigkeiten, die das Raumproblem bietet, noch nicht recht bewußt geworden zu sein; Zeno's Verdienst war es nun, auf diese Schwierigkeiten hingewiesen zu haben. So beginnt die begriffliche Behandlung des Raumproblems erst mit Zeno.

Den Schwerpunkt der Dialektik Zeno's bilden die Probleme des Raumes und der Vielheit. Der Raum sowohl wie die Vielheit sollen nach Zeno unmöglich sein; der Raum wohl, weil eine solche Annahme zum regressus in infinitum führt; die Vielheit aber, weil aus deren Voraussetzung zwei widersprechende Urteile folgen. Die Vielheit nämlich scheint einerseits größenlos, andererseits wiederum unendlich groß zu sein. Seien die Einheiten dieser Vielheit (d. h. die Teile jedes zusammengesetzten Dinges) wahre Einheiten, so sei es klar, daß sie als solche nicht teilbar sind und infolgedessen keine Ausdehnung besitzen dürfen; besäßen sie aber keine Ausdehnung, so verstehe sich von selbst, daß auch der aus denselben bestehenden Vielheit keine Größe zukommen kann. Die Vielheit sei also größenlos. Sollten dagegen diese Einheiten wirklich existieren und als

[1]) Über die verschiedenen Auslegungen des Anaximanderschen ἄπειρον vgl. Cohn, Geschichte des Unendlichkeitsproblems, S. 13—14. Außerdem bei Milhaud, Les philosophes géometres de la grèce, 1900, S. 71—74; Milhaud will aber die dem ἄπειρον zugeschriebene Unendlichkeit nicht als eine räumliche aufgefaßt wissen; sie soll nach ihm die Unerschöpflichkeit des Urwesens bedeuten: Une masse est realisée, capable d'engendre à l'infini.“ A. Reymond macht sich in seinem Werk „Logique mathematique, S. 4, diese Auslegung Milhauds zu eigen und fügt hinzu: „Toutefois il ne faut pas attacher à ce concept un sens trop précis.“

solche ihrer Größe nach vom Nichts verschieden sein, dann müßten sie offenbar eine Größe haben, und die Vielheit bestehe in diesem Falle aus Teilen, denen auch eine Größe zukomme. Stellen nun aber diese Teile eine wirkliche Vielheit dar, so müßten sie voneinander getrennt sein, d. h. zwischen je zwei Teilen müsse es einen dritten sie trennenden Teil geben und so in infinitum; in diesem Falle nun seien die Dinge aus unendlich vielen Teilen zusammengesetzt und infolge der Größe ihrer unendlich vielen Teile müßten sie selbst unendlich groß sein.[2])

Keine Gedanken aus Zeno's Zeiten haben auf nachfolgende Denker eine so nachhaltige und so anregende Wirkung ausgeübt, wie diese Ausführungen Zeno's und ihre indirekten Begründungen, die unter dem Namen „Zeno's Beweise gegen die Bewegung" allgemein bekannt sind.[3]) Aristo-

[2]) Im Unterschied von der oben angeführten Darstellung dieses Zenonischen Beweises, in der wir uns der Ansicht von Gomperz (vgl. dessen „Griechische Denker", Bd. I, S. 162) anschließen, legt Zeller denselben Beweis so aus, als ob der Widerspruch im Begriffe der Vielheit darin bestände, daß diese, je nachdem ihre Einheiten als größenlos oder als eine Größe besitzend aufgefaßt werden, einerseits unendlich klein, andererseits unendlich groß sein müßte: „Wenn das Seiende vieles wäre," heißt es bei Zeller (Philosophie d. Griechen, V. Aufl., I., 591) „so müßte es unendlich klein und unendlich groß sein." Wir billigen die Interpretation von Gomperz; die Interpretation Zeller's ist falsch, weil dieser Interpretation gemäß der Zenonische Beweis eine logische Inkonsequenz enthielte, die man unmöglich dem genialen Dialektiker Zeno zutrauen kann. Sind nämlich die Einheiten größenlos, so ist es mindestens inkonsequent, dem Ganzen d. h. der Summe derselben irgendwelche, selbst die unendlich kleine Größe zuzuschreiben. Es ist, wie gesagt, unmöglich anzunehmen, Zeno hätte einen so groben logischen Fehler begangen.

[3]) Daß wir Zeno's Beweise gegen die Bewegung als indirekte Begründungen seiner Ausführungen gegen die Vielheit bezeichnen, läßt sich dadurch rechtfertigen, daß, wie gesagt, im Mittelpunkte seines Denkens das Problem der Vielheit gestanden hat. Ohne in diese Streitfrage näher einzugehen, glauben wir, uns die Meinung Tannayre's zu eigen machen zu dürfen, welchem gemäß sich die Spitze der Zenonischen Aporien weder gegen die Bewegung, noch gegen das Continuum, sondern gegen die Vielheit richtet. Ob dabei Zeno die Atomisten im Auge hatte, wie es Cantor behauptet, oder vielmehr die Pythagoreer, wie es Tannayre meint, erscheint uns hier unwichtig; in der Tat werden durch seine Beweise beide Anschauungen getroffen. Vgl. darüber Tannayre, Le concept scientifique du continu, Zenon d'Elée et Cantor (Revue phil., Bd. 20, S. 386): „Zenon n'a nullement nié le mouvement . . ., il a seulement affirmé son incompathilité avec la croyance à la pluralité." Auch Milhaud will diese Beweise nicht gegen Bewegung, sondern gegen die Vielheit gerichtet wissen: „Et par de telles contradictions" sagt Milhaud a. a. O. S. 137, „ce qu'il veut ruiner, c'est l'hypothese de la pluralité discontenu." Zur Begründung dieser Interpretation beruft sich Milhaud a. a. O. S. 130/32, auf eine Stelle in Plato's „Parmenides". Über die verschiedenen Auslegungen der Aporien von Zeno, vgl. a. a. O., Anm. z. S. 140. Die Bestätigung dieser Auslegung ist weiter bei folgenden Historikern zu finden: Cohn, a. a. O. S. 21 ff.; Zeller, a. a. O. S. 594; Überweg, Bd. I, S. 85. Renouvier meint in seinen „Les dilemmes de la métaphysique pure", S. 100, daß Zeno beweisen wollte, „que l'infinité des parties d'un composé dans l'etendue, supposé que ces parties existassent réellement, seraient impossibles â franchir pour un mobile: d'où l'absurdité du mouvement, dans l'hypohtèse . . .: car l'éléatisme usait toutes les sortes de divisions". Wundt's Meinung scheint zu sein, Zeno hätte die Unvereinbarkeit der Bewegung mit der Kontinuierlichkeit des Raumes nachweisen wollen. „Dennoch hat schon der Eleate Zeno auf die Widersprüche hingewiesen", sagt Wundt in den „Philosophische Studien", Bd. II, S. 500, „die aus der unendlichen Teilbarkeit der Zeit geradeso, wie aus der des Raumes, für die Begriffe der Bewegung und Veränderung entspringen". Gomperz meint (a. a. O., S. 161) diese Aporien gegen die Bewegung richten in der Tat ihre Spitze nicht gegen die letztere, sondern gegen den Begriff der Unendlichkeit.

teles war so sehr von diesen in der dialektischen Kunst ein Vorbild darstellenden Ausführungen ergriffen, daß wir eine der größten Leistungen des Stagiriten, nämlich die Schöpfung des Stetigkeitsbegriffes, seiner Auseinandersetzung mit Zeno's Aporien zu verdanken haben. Nach Aristoteles lassen sich bekanntlich weder Raum noch irgend eine stetige Größe aus unteilbaren Teilen zusammensetzen. Die Unmöglichkeit einer solchen Zusammensetzung geht aus der Unmöglichkeit der gegenseitigen Berührung der unteilbaren Teile hervor. Diese unteilbaren punktförmigen Teile müßten sich entweder ganz oder mit Teilen berühren. Im ersten Falle fielen sie zusammen und bildeten keine Größe, im zweiten hätten sie Teile, wären also nicht unteilbar.[4]) Das Stetige ist daher nach Aristoteles als teilbar, jedoch als teillos aufzufassen. „Das Stetige ist," sagt er, „das in immer wieder teilbare Teile Teilbare."

Aus diesen Gründen schreibt Aristoteles dem Raumbegriff die Kontinuierlichkeit zu; dessen Unendlichkeit dagegen stellt er entschieden in Abrede. „Es ist klar," sagt Aristoteles, „daß das Unendliche keine aktuelle Existenz haben könne. Es kann weder Substanz noch irgend ein konkretes Prinzip sein."[5]) Das Unendliche kann also nach Aristoteles nicht als aktuell, sondern nur als potenziell unendlich gedacht werden. Der Raum wurde daher von ihm als ein konträres Gegenstück zum Zahlbegriff hingestellt. Im Gegensatz zur Zahl, die freilich unendlich vergrößert, aber nur bis in Einheiten geteilt werden könne, soll der Raum umgekehrt in infinitum geteilt werden können, nach oben aber sei er als begrenzt anzusehen. Es kann demnach nach Aristoteles ebensowenig eine unteilbare Raumeinheit, Raumelement, geben, wie eine größte, unvergrößerbare Zahl.[6]).

Gegen eine solche Auffassung des Raumes werden von nun ab immer neue Einwände geltend gemacht. Schon Epikur kam ihr mit dem Einwand entgegen, daß im Falle der unendlichen Teilbarkeit des Endlichen jeglicher Unterschied zwischen dem kleinsten Atom und dem Weltall selbst verschwinden müßte. „Wäre dann Unterschied vom kleinsten Dinge zum größten?", heißt es bei Lukretz, „keiner fürwahr, denn obschon die Summe der sämtlichen Dinge selber unendlich ist, so würde das

[4]) Aristoteles, Phys., VI., 1.—S. 290 a, 29.

[5]) Aristoteles, a. a. O., III., 5.

[6]) Vgl. darüber bei Zeller, a. a. O., II. Teil, 2. Abt., S. 397.

kleinste Ding doch gleich dem gesamten Selbst aus unendlichen Teilen bestehen." [7])

Nun aber wird sowohl von Epikur als auch von seinen Nachfolgern der Raum von der diskreten Materie getrennt. Erst Descartes läßt später, wie einst Aristoteles, Raum und Materie begrifflich zusammenfallen; weicht aber von diesem insofern ab, als er Raum bezw. Materie nicht bloß für kontinuierlich, sondern auch für unendlich groß erklärt. In einer Hinsicht jedoch stehen die beiden Denker in bezug auf die Frage nach dem Unendlichen in direktem Gegensatz zueinander. Aristoteles will das Endliche, das Begrenzte als vollkommen aufgefaßt wissen; Descartes dagegen schreibt dem höchsten Wesen die Unendlichkeit zu.

Wie Aristoteles, leugnet auch Descartes die Möglichkeit des leeren, neben der Materie bestehenden Raumes; dieser sei Nichts, und dem Nichts könne man keine Eigenschaften zuschreiben. Also auch die Eigenschaft der Ausdehnung nicht. Aus diesem Grunde muß, nach Descartes, die Materie selbst ausgedehnt sein. Ihr Wesen bestehe in der Ausdehnung. Daraus folgt aber für Descartes, daß die Materie aus keinen unteilbaren Atomen bestehe, d. h. sie müsse kontinuierlich und unendlich groß sein.[8])

Und so begegnet uns am Anfang der neueren Philosophie der Begriff eines realen räumlichen Continuums in seiner vollkommenen Prägnanz. So tief und konsequent jene Ausführungen Descartes' auch sind, so wird dennoch nach wie vor auf die Unverträglichkeit der Wirklichkeit mit der Kontinuierlichkeit und Unendlichkeit hingewiesen. Namentlich waren es Empiristen, Berkeley und Hume, die entschieden diese cartesianische Auffassung bekämpften. Ähnlich wie früher Lukretz führt jetzt Hume aus, daß im Falle einer unendlichen Teilbarkeit jede endliche Größe unendlich viele Teile haben und also unendlich groß sein müßte.[9]) Aber auch die Rationalisten erkannten, wie wir es später noch genauer sehen werden, diese Descartes'sche Anschauungen über den Raum nicht an. Leibniz erklärt in einem Briefe an Reimond ausdrücklich, daß alle gegen das räumliche Continuum erhobenen Einwände darauf zurückzuführen sind, daß ihm eine absolute an sich seiende Realität zugeschrieben werde.[10]) Auch scheute sich Leibnitz, für

---

[7]) Lucretius Carus, „Von der Natur . . .", übersetzt von K. G. v. Knebel. S. 70 (Universalbibliothek).

[8]) Descartes, Principiarum philosophiae pars secunda, §§ XIX, XX, XXI: Postquam sic advertimus substantiae corporae naturam in eo tantum consistere: quod sit res estensa . . . cognostimus fieri non posse ut aliquae atomi sive materae partes ex natura sua indivisibiles existant . . . Atque ideo absulote loquendo illa (materiae) divisibilis remanebit, quoniam ex natura sua est talis.

Cognoscimus praeterea hunc mundum, sive substantiae corporeae universitatem nullos extensionis suae finis habere.

[9]) Hume, „Über den Verstand", hrg. von Th. Lipps, II, 1904, S. 45. Vgl. auch bei Berkeley, Abhandlung über die Prinzipien der menschlichen Erkenntnis (Phil. Bibliothek, Bd. 20 S. 88—94).

[10]) Leibniz (Gerhard 3), S. 623.

eine unendliche Zahl der Monaden mit Entschiedenheit einzutreten. „Ich erkenne freilich eine unendliche Vielheit an," schreibt Leibniz[11]) an Bernouilli. „Diese macht weder eine Zahl, noch ein Ganzes aus. Sie bedeutet einfach, daß es zuviel Einheiten gäbe, als daß sie sich in einer bestimmten Zahl zum Ausdruck bringen ließen. So ist eine Vielheit gegeben, die alle Zahlen in sich enthält, die aber weder eine Zahl noch ein Ganzes ist."

Alle Einwände, die gegen das reale räumliche Continuum erhoben wurden, lassen sich in zwei Gruppen einteilen: die indirekten Gründe oder die Widersprüche der unendlichen Zahl und die direkten Gründe oder die Widersprüche des Zusammengesetzten ohne das Zusammensetzende. Bei der Anwendung der ersten Gruppe von Beweisen gegen das räumliche Continuum geht man indirekt vor. Man sucht zuerst die Widersprüche im Begriffe der unendlichen Zahl aufzudecken, um sie dann als Beweise gegen das Raumcontinuum vorzubringen. Im zweiten Falle dagegen wird direkt die Annahme des Raumcontinuums deswegen für unmöglich erklärt, weil im Begriff eines Etwas, das unendlich teilbar, d. h. teilbar und doch teillos wäre, eine Contradictio in adjecto zu erblicken sei.

Seit Galilei darauf hingewiesen hatte, daß in der unendlichen Zahlenreihe die Anzahl der in ihr vorhandenen Quadratzahlen einerseits kleiner als die Anzahl ihrer sämtlichen Glieder, andererseits wiederum (da sich jede Zahl mit sich selbst multiplizieren läßt) gleich dieser sein zu müssen scheine, hat man insbesondere in Frankreich über die Widersprüche der unendlichen Zahl vielfach spekuliert und sie, je nach dem philosophischen Standpunkt, den man vertrat, nach verschiedenen Seiten ausgenutzt. Cauchy[12]), S. Venant[13]) u. a. bedienen sich derselben, wie wir sehen werden, zur Begründung der einfachen Atomistik.[14]) Gerdil sucht, in einem französisch geschriebenen Werke, aus der Unmöglichkeit der unendlichen Zahl die Notwendigkeit der Schöpfungen bezw. des Schöpfers abzuleiten; da die unendliche Zahl unmöglich ist, so ist nach Gerdil auch die Anzahl der Geschehnisse, die sich im Weltlauf bis zur Gegenwart abgespielt haben, notwendigerweise endlich. Die Welt kann also unmöglich ewig, sie muß erschaffen sein.[15]) Renouvier dagegen meint, die realistische Auffassung

---

[11]) Leibnizii et S. Bernouilli commercium philosophicum et mathematicum. Lausanne et Genevae 1745, t. l. S. 440.

[12]) Cauchy, Sept leçons de la physique générale, 1, III.

[13]) S. Venant, De la constitution de la matière (Annales de Buxelles, 1877—78).

[14]) Im Unterschied von der alten Atomistik, die den letzten Elementen der Materie räumliche Eigenschaften (Größe und Gestalt) zuschreibt, verstehen wir unter der einfachen Atomistik diejenige Lehre, die den letzten Elementen der Materie jegliche Quantitätsbestimmungen abspricht und sie als punktuell auffaßt.

[15]) Gerdil, Opere edite et inedite, 1806, s. darin den Aufsatz „Contre l'éternité de la matière", S. 279. Im ersten Kapitel dieses Aufsatzes sucht Gerdil alle Beweise die für die Unendlichkeit der Zahl angeführt werden, zu entkräften. Im zweiten Kapitel weist er auf die im Begriff der u. Z. steckenden Widersprüche hin und setzt im letzten Kapitel die Schlußfolgerungen, die sich aus den vorhergehenden Erörte-

aller stetigen Größen werde am Besten durch die Unmöglichkeit der unendlichen Zahlen widerlegt. Da nach Renouvier die Widersprüche der unendlichen Zahl vom realistischen Standpunkt aus unmöglich zu überwinden sind, so muß seiner Meinung nach jede aktuell gegebene Vielheit einer bestimmten endlichen Zahl entsprechen (la loi du nombre); daraus folgt unmittelbar, daß keiner der stetigen Größen an sich Realität zuzuschreiben sei.[16]) Ebenso sucht neuerlich Petronievics' das Raumproblem auf Grund der Zahlidee zu lösen. Ob der Raum aus einer endlichen oder aus einer unendlichen Zahl von Punkten zusammengesetzt sei, oder ob er ins Unendliche teilbar sei, das sei eine Frage, die er zunächst mit Hilfe des Zahlbegriffes zu lösen sucht.[17])

Auch die zweite Gruppe von Einwänden, die wir mit dem Namen „Zusammengesetztes ohne das Zusammensetzende" bezeichnen, hat man mannigfach variiert und sich ihrer ebenfalls zu verschiedenen philosophischen Absichten bedient. Descartes hatte aus der Teilbarkeit alles Ausgedehnten die Unmöglichkeit der Atome und die absolute Kontinuierlichkeit der Materie abzuleiten versucht.[18]) Bayle dagegen bedient sich ähnlicher Beweise, um nicht nur die Atome, sondern die realistische Auffassung des Raumes überhaupt zu widerlegen.[19]) Leibniz, Herbart, Cauchy u. a. suchen, aus der

---

rungen ergeben, auseinander: „Donc puisqu'il existe des etres muables, ces etres doivent avoir eu un commencement, et ne peuvent l'avoir eu que par l'action de l'Etre éternel La création est donc démontrée ab impossible" (a. a. O. S. 279).

[16]) Renouvier, La logique générale, t. I S. 29—30: „Or avec un tout donné, un nombre est toujours donné. Des choses qui sont, ou des parties quelconques des choses, formeront toujours des nombres, c'est-a-dire des nombres determinés, differents de tous autres nombres. Sans cela, point des représentationes ni effectives ni possibles d'un tout.

L'application de ce principe du nombre ou du déterminé, du fini, comme on voudra le nommer, nous interdit de prende pour choses en soi des représentés suivants, tous d'une importance majeure: espace, temps, matière, mouvement." Im Zusammenhang damit vgl. in Critique philosophique, année VI., Bd. I, S. 225—227. Renouviers Aufsatz „Note sur l'infini". Weiter „Le labyrinth de l'infini", in Cr. phil., année II., Nr. 45, S. 293. Über die Widersprüche der unendlichen Zahl, in Esquis d'une classification, S. 35. Im Zusammenhang damit Cr. phil. année V. S. 353 und Logique I., S. 35.

[17]) Petronievics, Prinzipien der Metaphysik, I. Abt. 1904, S. 192.

[18]) Descartes, Philosophiae principiarum pars II § XX: Cognostimus fiere non posse ut aliquae atomi, sive materiae partes ex natura sua indivisibles existunt. Cum enim, si quae sint, nessessario debeant esse extensae, quantumvis parvae fingantur, possumus adhuc unamquamque ex ipsis in duobus aut plures minores cogitatione dividere, ac proinde agnoscere esse divisibiles. Nihil enim possumus cognitatione dividere, quin hoc ipso cognostimus esse divisibile.

[19]) Bayle, Dictionaire historique et critique, vol IV. S. 540: Il n'est pas moins impossible ou inconcevable qu'il (L'espace) soi composé des atomes d'Epicure, c'est-a-dire de corpuscules étendus et indivisibles: car tout étendue, quelque petite qu-elle puisse être, a un coté droit et un coté gauche, un dessus et un dessous: elle est donc un assamblage de corps distincts: je puis nier du coté droit ce que j'affirme du coté gauche . . . L'indivisibilité d'un atome est donc chimérique . . Il faut donc s'ily a de

Teilbarkeit des Ausgedehnten nicht die Unmöglichkeit der letzten materiellen Elemente, sondern deren Punktförmigkeit abzuleiten.[20]) Daß es kein reales räumliches Continuum geben könne und daß der Raum diskret sei, geht nach Cauchy nicht nur aus den Widersprüchen der unendlichen Zahl hervor, sondern auch daraus, daß ein „Composé qui n'avait pas de composants" unmöglich sei. Herbart dagegen, wenn auch ein entschiedener Gegner des realen Raumcontinuums, legt kein großes Gewicht auf die Widersprüche der unendlichen Zahl. Um den Widerstreit zwischen Kontinuität und Wirklichkeit, den, wie er sagt, nur wenige zu sehen vermögen, deutlich zu machen, führt er den zweiten Beweis (Zusammengesetztes ohne Zusammensetzendes) in sehr scharfsinniger Weise ins Feld: „Wäre das Seiende ausgedehnt . . . so enthielte es ein Vieles, und zwar außer einander; und der Gegensatz in diesem Außer — daß dieses hier sich nicht dort, und jenes dort sich nicht hier befinde — wäre sogar ein Prädikat von dem Was des Ausgedehnten. Es bestünde also die Realität zum Teil in einer Verneinung und die Setzung derselben in einer Aufhebung. Hiermit wird nicht geleugnet, daß mehreres Seiende sich nebeneinander befinden könne."[21])

Was man nun für positive Bestimmungen dem Raumbegriff zuschreiben will, das kommt ganz auf die Stellung an, die man zu den oben erwähnten Schwierigkeiten einnimmt. Die einen Denker erkennen nur die zweite Gruppe von Schwierigkeiten an, d. h. sie geben zu, daß der Raum als teilbar zusammengesetzt sein müsse; nehmen infolgedessen das Zusammensetzende, d. h. unteilbare Raumelemente an. Indem sie weiter sowohl an der Realität als auch an der Kontinuierlichkeit des Raumes festhalten, erklären sie die erste Gruppe von Schwierigkeiten für scheinbar und führen auf diese Weise die räumliche Kontinuierlichkeit im Aristoteles-Descartes'schen Sinne auf die Unendlichkeit der Raumelemente zurück. Diejenigen Denker dagegen, die die beiden oben erwähnten Gruppen von Einwänden gelten lassen, schlagen zur Beseitigung derselben zwei verschiedene Wege ein. Die einen, die es sich aus verschiedenen, meistens mathematischen Gründen angelegen sein lassen, die Kontinuierlichkeit des Raumes aufrecht zu erhalten, sprechen ihm die Realität ab und stellen ihn als etwas Subjektives hin. Die anderen gehen umgekehrt vor. Sie geben die Kontinuierlichkeit des Raumes auf, wollen ihn dagegen als real, andererseits aber als endlich und diskret, d. h. aus einer endlichen Zahl von Punkten zusammengesetzt wissen.

Wir wollen nun diese drei Richtungen der Reihe nach etwas näher ins Auge fassen. Die erste infinitistisch-realistische Auffassung findet im 19.

---

l'étendue que ses parties soient divisibles a l'infini. Mais d'autre coté si elles ne peuvent pas êtres divisible a l'infini, il faudra conclure que l'existence de l'étendue est impossible, ou pour le moins incompréhensible.

[20]) Leibniz, Nouv. Syst. § 11: Cauchy, Sept leçons —, S. 36: Herbart, Allg. Metaph., § 205.

[21]) Herbart, a. a. O. § 137.

Jahrhundert ihre entschiedenen Vertreter in Deutschland. Um die Mitte des vorigen Jahrhunderts stellte sich z. B. Bolzano in seinem Werke „Paradoxien des Unendlichen" (1850) die Aufgabe, die Scheinbarkeit der oben angeführten Widersprüche der Zahl nachzuweisen. Jede räumliche Größe soll nach ihm, wenn auch ihrer Ausdehnung nach endlich, doch der Zahl ihrer Punkte nach unendlich sein. Diese Richtung hat nachher in Cantor ihren Höhepunkt erreicht. Nach Cantor ist die aristotelische Auffassung des Continuums, die er Thomas von Aquino zuschreibt, nicht eine Erklärung der Sache, sondern vielmehr „das stillschweigende Bekenntnis . . . daß man der Sache nicht auf den Grund gekommen und es vorzieht, ihr vornehm aus dem Wege zu gehen".[22] Daher suchte Cantor das Continuum als ein Punktcontinuum zu erklären. Alle gegen die unendliche Zahl erhobenen Einwände beruhen, nach Cantor, darauf, daß man den wesentlichen Unterschied zwischen dem Endlichen und Unendlichen verkannt habe. Im Gegensatz zur endlichen Zahl bilden die unendlichen Zahlen seiner Ansicht nach ein besonderes Zahlengeschlecht.[23] Der Hauptunterschied zwischen beiden Zahlengeschlechtern besteht darin, daß bei den endlichen Mengen „die Anzahl der Elemente ganz unabhängig von ihrer Anordnung ist; dagegen werden einer aus unendlich vielen Elementen bestehenden Menge im allgemeinen verschiedene Anzahlen zukommen, je nach der Sukzession, welche man den Elementen gibt".[24]

Jedoch dürfte diese Richtung in der Raumphilosophie nicht so neu sein, wie Cantor anzunehmen geneigt ist. Den Gedanken wenigstens, daß die Kontinuierlichkeit, d. h. die unendliche Teilbarkeit des endlich Ausgedehnten nicht im aristotelisch-descartes'schen Sinne zu verstehen sei, sondern vielmehr auf der unendlichen Zahl der das endlich Ausgedehnte zusammensetzenden punktuellen Atome beruhe, finden wir schon am Anfang des 18. Jahrhunderts (1718) bei einem geistreichen Vertreter der einfachen Atomistik, bei Werenfels. Werenfels erkennt freilich ebenso wie Descartes die Teilbarkeit alles Ausgedehnten an; daraus folgt für ihn aber keineswegs, daß es keine unteilbaren Atome gebe, sondern nur, daß die Atome unausgedehnt (punktuell) seien.[25] Wäre die Welt im Descartes'schen Sinne unendlich, so leuchte ein, daß man durch die Teilung des Ganzen niemals auf diese begrenzten Körper, die wir sehen und betasten, stoßen

[22]) Cantor, Grundlagen einer allgemeinen Mengenlehre, Leipzig 1883. § 10.

[23]) Cantor, Über die verschiedenen Standpunkte in bezug auf das Aktuell-Unendliche (Fichte's Zeitschrift, Bd. 78), S. 226.

[24]) Cantor, Grundlagen usw. S. 5 und S. 10—11.

[25]) Werenfels, Opuscula theologica, philosophica . . ., 1718, S. 713: nos vero agnoscimus, omne extensum dividuum esse, ne quis cum illis nos Philosophis sentire existimet, qui atomos extensas esse ajunt, dividi posse negant . . . . Agnoscimus, atomos non extensos, qui idcirco ne corpora quidem esse: verum negamus inde consequi, nullas dari atomos. Und a. a. O., S. 726, gibt W. folgende Definition des Atoms: . . . . Atomi res unae et simplices.

würde. Genau so könne man durch die Teilung eines begrenzten Körpers deswegen das Unteilbare nicht finden, weil jedes Ding unendlich viele Atome enthalte.[26]) Diese Annahme billigt Werenfels und sucht sie sowohl direkt, als auch durch die Widerlegung der Gegenbeweise zu befestigen.

Im Unterschied von dieser realistischen Raumanschauung, wollen wir die zweite Richtung, die die Realität des Raumes leugnet, um dessen Kontinuierlichkeit und Unendlichkeit aufrecht zu erhalten, idealistisch nennen. Diese Richtung findet in Leibniz ihren ersten großen Vertreter. Mit Kant erreichte sie den Höhepunkt ihrer Entwicklung. Bei Herbart finden wir sie in einer eigenartigen Gestalt vor, die wir unten (vergl. Kapitel V) noch näher kennen lernen werden. Die idealistische Raumauffassung wird auch heute am meisten vertreten. Alle Vertreter dieser Richtung in der Raumphilosophie stimmen jedoch bloß darin überein, daß dem Raume keine absolute Existenz zuzuschreiben und er als etwas völlig Subjektives aufzufassen sei, während sie über die positiven Bestimmungen dieser subjektiven Raumexistenz stark von einander abweichen. Leibniz z. B. schreibt weder dem leeren Raume irgend eine materielle Existenz, noch der Materie irgend welche räumliche Eigenschaften zu[27]), weil jede dieser Annahmen nach ihm mit Schwierigkeiten verknüpft ist, die erst dann behoben werden können, wenn der realistische Standpunkt in der Raumphilosophie endgültig aufgegeben wird.[28]) In seiner berühmten Auseinandersetzung mit Clarcke definiert Leibniz den Raum als „Ordo coexistentiarum" und stellt ihn als etwas „mere relativum" hin.

Kant, der ursprünglich der konsequenteste Anhänger der Wolffschen Raumlehre war (mit der wir uns später bekannt machen werden), wurde nachher zum Urheber einer besonderen Form der idealistischen Raumauffassung, die unter dem Namen „transzendentale Raumlehre" bekannt ist. Der Raum ist nach dieser Lehre weder Substanz, noch Begriff, sondern eine reine Anschauung, die uns im Unterschied von den empirischen Anschauungen nicht gegeben ist, sondern als Bedingung des Gegebenseins jener zu gelten hat. In der transzendentalen Ästhetik gibt Kant die direkte Begründung dieser Raumauffassung; in den ersten zwei Antinomien, den

[26]) Werenfels, a. a. O., S. 714 und 726.

[27]) Leibniz: „Als ich in meinen Betrachtungen fortgeschritten war," sagt Leibniz (Gerh. III, S. 620), „sah ich die Unmöglichkeit sowohl des leeren Raumes, als auch der Atome ein." Die Atome der Physik (Leibniz meint damit die Atome der alten Atomistik, die bekanntlich Gassendi erneuert hatte) sind gegen alle Vernunft. Es gibt nur substantielle Atome (Monaden), die absolut unteilbar sind (vgl. Gerh. IV., S. 482). Die Monaden also sind ausdehnungslos und bilden in ihrem Zusammensein keinen Raum. „Denkt man sich die Monaden in einem Punkte zusammengedrängt," sagt Leibniz (Gerh. II., S. 451), „oder im Raume verstreut, so sind dies alles bloße Fiktionen, die aus dem Wunsche entspringen, das, was sich nur begrifflich erfassen läßt, sinnlich anzuschauen."

[28]) Vgl. Leibniz, Gerh. III., S. 623.

mathematischen genannt, findet diese Raumlehre ihre indirekte Begründung. Die transzendentale Ästhetik geht von dem apriorisch-synthetischen Charakter der Geometrie aus. Nur diese Raumhypothese mache uns die Möglichkeit der Geometrie als einer synthetischen Erkenntnis a priori begreiflich. Da die geometrischen Sätze synthetisch sind, kann der Raum nach Kant kein Begriff sein, „denn aus einem bloßen Begriffe lassen sich keine Sätze, die über den Begriff hinausgehen, ziehen". Er muß also eine Anschauung sein. Da nun die Sätze der Geometrie nicht nur synthetisch, sondern auch a priori, d. h. unabhängig von der Erfahrung sind, muß der Raum nicht nur eine Anschauung, sondern auch eine r e i n e A n s c h a u u n g sein, die als solche „vor aller Wahrnehmung eines Gegenstandes in uns angetroffen werden muß", und „als subjektive Bedingung der Sinnlichkeit, unter der allein uns äußere Anschauung möglich ist", zu gelten hat. Gingen wir von der subjektiven Bedingung ab, unter welcher wir allein äußere Anschauungen bekommen können, so bedeutet die Vorstellung vom Raume gar nichts.[29]) Die mathematischen Antinomien stellen, wie gesagt, den apagogischen Beweis der transzendentalen Raumlehre dar. In ihnen stellt Kant beide Formen der realistischen Raumauffassungen einander gegenüber. Jede dieser beiden Auffassungen beweist er durch Reductio ad absurdum der anderen, so daß sie sich gegenseitig aufheben. Hieraus geht die Falschheit des realistischen Standpunktes beider, bezw. die Richtigkeit der idealistischen Raumauffassung hervor.

Auch in der neuesten Zeit findet der Idealismus in der Raumphilosophie viele Anhänger. So z. B. glaubt Renouvier die idealistische Auffassung des Raumes und der Zeit am besten dadurch zu begründen, daß sich von ihr aus einzig und allein die Widersprüche des aktuell Unendlichen überwinden lassen.[30]) Daher wirft Renouvier Kant vor, daß dieser Thesen und Antithesen der Antinomien für gleichberechtigt erklärt habe. Freilich seien auch die Thesen unverständlich (incomprehensibles); die Unverständlichkeit dieser sei aber streng von der Unbegreiflichkeit der Antithesen zu unterscheiden: jene rühre von dem Fehlen der betreffenden Begriffe (ursachloser Anfang etc.) her, diese habe dagegen ihren Grund in Widersprüchen, die in Antithesen stecken.[31]) Die Thesen sind nach Renouvier im Gegensatz zu Antithesen widerspruchsfrei; wir nähmen sogar die Thesen an, um die Widersprüche der Antithesen aufzuheben. Kant habe Thesen und Antithesen für gleichberechtigt erklärt, weil er die Realität der phänomenalen Welt übersehen und infolgedessen von ihr den Widerspruchssatz nicht habe

[29]) Kant, Kr. d. r. V, S. 51, 54—57. Im Zusammenhange damit Kants Reflexionen von B. Erdmann, Bd. II, Nr. 355 und 362.

[30]) Renouvier, Critique philosophique, V. année, S. 69: „Et même la preuve la meilleure, selon nous, qu'on puisse donner de la vérité de la theorie idealiste des rapport de position et de succession, c'est précisement que cette theorie est la seule dans laquelle on puisse eviter la contradiction de l'infini actuel."

[31]) Renouvier Exiques., S. 87—88.

gelten lassen. Hätte Kant diesen Fehler nicht begangen, so hätte er die Antithesen unbedingt als absurd verwerfen müssen.[32]) Ebenso entschieden verwirft Renouvier die realistischen Raumauffassungen, nach denen der Raum real aber weder kontinuierlich noch unendlich, sondern aus einer endlichen Zahl von Punkten zusammengesetzt ist: „Les monades ne peuvent pas former en se composant entre elles des étendues, parce que ce qui est étendu ne peut pas sans contradiction résulter d'un assamblage d'inétendus".[33])

Diese Lehre, auf die sich die eben angeführten Worte Renouvier's beziehen, stellt den dritten der oben angeführten Wege dar, die man, wie gesagt, zur Beseitigung der Widersprüche des realräumlichen Continuums im aristotelischen Sinne eingeschlagen hat. Diese Raumauffassung, die wir als finitistisch-realistische bezeichnen, und die, ebenso wie die beiden ersteren Raumanschauungen, auch heute vertreten wird, ist sehr alt. Wir finden sie schon bei den Pythagoreern. Nach ihrer Ansicht sind die geometrischen Figuren mit den physischen Körpern identisch; diese ihrerseits setzen sich aus realen Punkten zusammen.[34]) Von den späteren Denkern wird diese Lehre vielfach erwogen und von einigen im skeptischen Sinne benutzt (Megaricker). Aus dem Fragment 155 Demokrits folgt unzweifelhaft, daß er über den diskreten Raum nachgedacht, aber dessen Möglichkeit nicht anerkannt hat. An dieser Stelle bekämpft Demokrit die Behauptung, der Kegel sei aus Flächen zusammengesetzt, und hiermit stellt er, wie Arnim richtig betont,[35]) auch die Möglichkeit in Abrede, Flächen aus Linien und diese aus Punkten zusammenzusetzen.[36]) Auch Aristoteles soll, nach Gomperz, eine zeitlang für „das Dasein" punktueller Atome eingetreten sein.[37]) Ihren ausgesprochenen Vertreter fand jedoch die Diskretumshypothese erst in Epikur. Dieser nimmt nämlich neben dem Atom auch das punktuelle Minimum als dessen letzten Bestandteil an, um aus der Anordnung der Minima die Verschiedenheit der Atomgestalten zu erklären. Dasselbe lehrt Epikur hinsichtlich der Zeit und des Raumes. Und hierin besteht der große Unterschied zwischen der Naturphilosophie von Epicur und derjenigen von Demokrit, die, wie Arnim nachweist, ganz irrtümlich für identisch gehalten werden.[38])

[32]) Renouvier, a. a. O. S. 88.

[33]) Renouvier, La nouvelle monadologie, S. 2.

[34]) Vgl. darüber bei Tannayre (a. a. O. S 388): „D'ailleurs, à cette epoque, aucune distinction ne pouvait encore exister entre un corps géometrique et un corps physique, les pythagoriesiens se réprésentaient donc les corps de la nature comme formés par l'assamblage de points physiques." Auch bei Milhaud (a. a. O. S. 96—97): „Les lignes sont ici des files d'unités-points: une série de ces lignes pourra former, par exemple un triangle . . . C'est l'étendue qui se résout en unités, de façons à correspondre au nombr, et qui devient une sorte d'étendus nombre . . ."

[35]) Arnim, Epikurs Lehre vom Minimum, S 7—8.

[36]) Diels, Fragmente der Vorsokratiker, Bd. I. 2. Aufl. 1906, S, 412—413.

[37]) Gomperz, Griech. Denker, Bd. III, S. 94.

[38]) Arnim, a. a. O. S. 5 und 12.

Diese Ansicht vom diskreten Raum fand im Mittelalter zahlreiche Vertreter, die man „Zenonisten“ nannte.[39]) Aber den Zenonisten kommt es nicht auf die logische Vollkommenheit dieser Raumhypothese an; sie bekennen sich zu dieser Ansicht nur deswegen, weil sie von ihr aus die Gottesexistenz am besten beweisen zu können glaubten. Auch ein späterer Vertreter dieser Hypothese, Lubin, steht vollkommen im Banne dieser scholastischen Anschauungsweise. Wie früher einige arabische Scholastiker, die unter dem Namen Mutakalimun bekannt sind, löst auch er Raum, Materie und Zeit nur deswegen in unteilbare Elemente auf, um leichter den Beweis führen zu können, daß die Welt nicht seit Ewigkeit bestehe, sondern durch Gott aus Nichts erschaffen sei. Lubin ist sich zwar aller Schwierigkeiten, die mit der Lehre vom diskreten Raum verbunden sind, vollkommen bewußt, er steht ihnen aber machtlos gegenüber, und erklärt den menschlichen Verstand für unfähig, sie zu überwinden.[40])

Viel energischer geht G. Bruno an die Beseitigung dieser Schwierigkeiten heran. Nach seiner Ansicht lassen sie sich sämtlich dadurch überwinden, daß man neben Minima als letzten materiellen Teilen auch Termini als deren gegenseitige Grenzen annimmt. Alle Schwierigkeiten im Begriffe des diskreten Raumes träten nur deswegen auf, weil die Peripathetiker den Unterschied zwischen „terminum“, das kein Teil, und „minimum“, das erster Teil ist, verkannt hätten.[41])

Diese Raumlehre hat aber besonders im XVIII. Jahrhundert viele Vertreter gefunden; das ganze XIX. Jahrhundert hindurch bis zur Gegenwart hat sie hauptsächlich in zwei grundverschiedenen Gestalten ihre zähe Lebensfähigkeit erwiesen. Im XVIII. Jahrhundert wird sie von Wolff und dessen Schülern vertreten; im großen südslawischen Philosoph R. Boskovich findet sie zu dieser Zeit ihren bedeutendsten Vertreter. R. Boskovich, unter dem Einfluß Wolffs stehend, trat in der Raumphilosophie entschieden für die Diskretheit und Endlichkeit des realen Raumes auf. Dieser Finitismus Wolffs wurde von R. Boskovich nach Frankreich verpflanzt, wo er einen so fruchtbaren Boden gefunden hatte, daß die bedeutendsten Denker Frankreichs durch jene Wolff-Boskovichschen Ideen beeinflußt im quantitativen Weltproblem den Standpunkt des Finitismus einnahmen. Keinen so mächtigen Einfluß hatte Wolff im eigenem Vaterlande ausgeübt. Hier standen die Denker unter dem Einflusse Leibniz, der im Gegensatz zu Wolff zu dem Infinitismus neigte. Diese Sachlage spiegelt sich am deutlichsten im Unterschiede zwischen der französischen und deutschen sog. einfachen Atomistik wieder: französische Vertreter der einfachen Atomistik leugnen entschieden die reale Möglichkeit der Unendlichkeit; nach Fechner dagegen sind die Atome der Zahl nach ebenso unendlich, wie es der Raum seiner Ausdehnung nach ist.

Durch R. Boscovich nach Frankreich verpflanzt, erlangte da die Idee des diskreten Raumes in F. Evelins Raumphilosophie ihre ausgeprägteste Gestalt. In ganz anderer Form bildet B. Petronievics eine Raumlehre aus, die er sogar zur Grundlage einer neuen, von ihm aufgestellten diskreten Geometrie zu machen sucht. Über die Grundprinzipien dieser Raumtheorien werden uns folgende Kapitel belehren. Hier ist nur noch darauf hinzuzuweisen, daß F. Evelin in seiner Raumphilosophie an derjenigen Idee vom diskreten Raum festhält, die noch von Pythagoreern und Epikur konzipiert wurde, während B. Petronievics seine diskrete Geometrie sowie die dieser zugrundeliegende Raumlehre in der von G. Bruno angedeuteten Weise aufgebaut hat. Petronievics will, genau so wie Bruno, alle gegen die Zusammensetzung des Raumes aus unteilbaren punktförmigen Elementen erhobenen Einwände durch die Annahme zweier Punktarten behoben wissen. „Erst wenn wir in Betracht ziehen“, sagt Petronievics[42]) „daß zwischen je zwei realen Punkten, die sich berühren, ein irreeller Zwischenpunkt liegt, der sie voneinander trennt, verschwindet auch die letzte Schwierigkeit des Sichberührens einfacher Raumpunkte, denn es berühren sich nicht mehr die einfachen Punkte so, daß zwischen denselben absolut nichts vorhanden ist, es ist der einfache irreelle Raumpunkt da, der sie trennt und verhindert ineinanderzufallen.“ Der Begriff des irreellen Zwischenpunktes bei Petronievics entspricht dem Begriff „terminus“ bei Bruno; und das „minimum“ Brunos spielt dieselbe Rolle, die nach Petronievics dem realen Mittelpunkte zuzuschreiben ist.[43]) Bruno ist ebenso ein entschiedener Gegner der Kontinuitätshypothese und hält sie, wie einige ihrer späteren Gegner, Berkeley und Hume, für die Quelle aller Irrtümer in der Physik und Mathematik.[44])

Zum Schluß dieses Kapitels möge noch darauf hingewiesen werden, daß es sich bei der Erneuerung der Lehre vom diskreten Raum im XVIII. Jahrhundert keineswegs um eine bloße Wiederholung der „Zenonistischen“ Ge-

[39]) Bayle, Dictionaire, t. IV., S. 546, cit. 35: „Arriaga et cent autres scholastiques Espagnoles nomment Zénonistes ceux qui tiennent que le continu est composé des parties indivisibles et non étendues, opinion très-differente de celle des Atomistes“. S. Venant meint (a. a. O. S. 14). dieser Name rühre von Zeno dem Epikureer her. Vico bringt die Zenonistische Lehre vom Raum in seinem Werke „L'antique sagesse de L'Italie“, § 1, zur Darstellung, ohne näher anzugeben, welche Philosophen unter jenem Namen zu verstehen sind. Die oben erwähnte Auslegung der Lehre Epikurs, die Arnim neuerlich gegeben hat, bestätigt die Meinung S. Venant's über den Ursprung des Namens Zenonistische Raumlehre, die von Wolff und seinem Nachfolgern bekämpft wird.

[40]) Vgl. darüber: Lasswitz, Geschichte der Atomistik, Bd. I, S. 137, 403 ff.

[41]) G. Bruno, De triplici minimo (1889), S. 158: „Non enim distingunt (peripathetici) inter terminum qui nulla est pars, et minimum quod prima est pars.“

[42]) B. Petronievics. Prinzipien der Metaphysik, 1904, Abt. I, S. 205.

[43]) Petronievics. a. a. O. S. 204. Damit im Zusammenhang S. V der Vorrede desselben Buches.

[44]) Bruno, a. a. O. S. 153: „Principium et fundamentum errorum omnium, tum in physica, tum in mathesi, est resolutio continui in infinitum.“

danken handelt. Vielmehr wird jetzt aus ganz anderen Gründen eine grundverschiedene Hypothese aufgestellt. Während die „Zenonisten“ mit ihrer Raumhypothese die Begründung der Gottesexistenz bezweckt hatten, an den Lehren vom diskreten Raum neuerer Zeit läßt sich keine Spur solcher theologischen Tendenzen erkennen. Ferner suchen die „Zenonisten“ den Raum aus mathematischen, d. h. inhaltsleeren, qualitätslosen Punkten abzuleiten. Gegen diese Auffassung aber wurde der berechtigte Einwand erhoben, die mathematischen Punkte seien unmöglich vom Nichts zu unterscheiden und, da aus Nichts Nichts werde, jegliche Zusammensetzung des Raumes aus solchen Punkten geleugnet werden müsse. Um diesem Einwand zu entgehen, schreiben die neueren Vertreter der diskreten Raumlehre den Elementen des Raumes eine Qualität zu. Fast alle diese Denker sind sich des Unterschieds zwischen „Zenonistischer“ und eigener Auffassung des Raumes bewußt und viele (insbesondere Wolf und seine Schüler) heben ihn zum Beweis der Überlegenheit ihres eigenen Standpunktes hervor. Auch Plouquet, ein entschiedener Gegner der Lehre vom diskreten Raum, weist auf diesen Unterschied hin und nennt ihre Vertreter „recentiorum philosophorum potissima pars“.[45])

Über Hauptgestalten, die die Idee vom diskreten Raum in der neueren Philosophie angenommen hat, werden uns folgende Kapitel unterrichten. Plouquet hat jedenfalls mit seiner eben angeführten Äußerung zweifellos Wolff und dessen Schüler gemeint, deren Ansichten wir nun im folgenden Kapitel zur Darstellung zu bringen gedenken.

[45]) Plouquet, Principia de Substantiis, 1764, § 95, S. 46—47.

II. Kapitel.

Wolff und seine Nachfolger.

Ernst Cassirer meint an einer Stelle,[1]) die Philosophen des 18. Jahrhunderts in ihren extremsten Gegensätzen hätten sich vereint, um die Lehre vom leeren Raum zu bekämpfen. Viel mehr Wert möchten wir darauf legen, das Übereinstimmende in den positiven Bestimmungen des Raumbegriffs unter diesen Philosophen hervorzuheben. Ebenso wie deutsche Rationalisten von damals, insbesondere Wolff und seine Schüler, hatten auch englische Empiristen, Berkeley und Hume, in der Raumphilosophie den Standpunkt vertreten, der reale Raum müsse im Unterschied vom imaginären mathematischen, der kontinuierlich und unendlich ist, als diskret und endlich, d. h. als aus endlicher Zahl von realen Punkten zusammengesetzt aufgefaßt werden. Unendlichkeit und Kontinuierlichkeit sind nach diesen Philosophen nur Bestimmungen unserer abstrakten Idee vom Raume, keineswegs aber dem realen Raum selbst zuzuschreiben. Nun aber wird diese unsere Abstraktion, die wir vom Raum haben, von Berkeley, wie auch von Hume, im Zusammenhang mit dem Begriff der abstrakten Ideen überhaupt entschieden bekämpft, während sie Wolff und nach ihm auch R. Boscovich, als eine für die Mathematik nützliche Idee gelten lassen. Die genannten englischen Denker sind, da sie dem imaginären Raume der Mathematik jegliche Bedeutung ansprachen, ihn sogar als Quelle aller Irrtümer ansahen und dem realen diskreten Raume einen mathematischen Sinn abzugewinnen suchten, als Monisten in der Raumphilosophie zu bezeichnen. Wolff und R. Boscovich dagegen, die den realen und den imaginären Raum auseinanderhalten, beide Begriffe aber im logischen Sinne gelten lassen, sind ausgesprochene Dualisten in der Raumphilosophie. Diesen Dualismus in der Wolff-Boscovich'schen Raumphilosophie zu überwinden stellte sich im XIX. Jahrhundert Herbart zur Aufgabe und daraus ist seine sonderbare Lehre vom „intelligiblen Raume“ entstanden. Dasselbe Ziel, nur in einem ganz anderen Sinne, wird auch gegenwärtig von B. Petronievics in seinem Hauptwerk „Prinzipien der

[1]) E. Cassirer, Das Erkenntnisproblem, Bd. II, S. 346.

Metaphysik" verfolgt. Nun wollen wir, mit Wolff beginnend, die Ansichten dieser Denker der Reihe nach betrachten.

Wolff, wie gesagt, unterscheidet deutlich den realen (spacium reale) und den imaginären Raum (spacium imaginarium). Der reale Raum ist einer der Grundbegriffe der Wolff'schen Metaphysik. Diese stellt eine pluralistische Weltanschauung dar. Im Mittelpunkte eines solchen Gedankensystems steht der Begriff des einfachen Wesens. Alle Wesen teilt Wolff in zwei Gruppen ein: sie sind entweder einfach oder zusammengesetzt.[2]) Das einfache Wesen ist von dem zusammengesetzten vollkommen verschieden: es hat weder Teile noch Größe und nimmt keinen Raum ein. Dem zusammengesetzten Wesen dagegen haften alle diese Beschaffenheiten an.[3])

Mit dieser rein negativen Bestimmung des einfachen Wesens hat sich Wolff nicht begnügt, sondern sucht auch nach seinen positiven Eigenschaften. Das einfache Wesen hat freilich keine Teile und infolgedessen keine Größe; doch muß in ihm „was Fortdauerndes anzunehmen" sein, das, nach Wolff, verschieden „eingeschränkt" werden kann und in dieser seiner Einschränkung stellt das einfache Wesen e i n e n a b g e m e s s e n e n G r a d dar, „den man sich vorstellt, als wenn er aus anderen geringeren Graden, gleichsam aus Teilen, zusammengesetzt wäre, und ihm daher eine Größe zueignet". Zur Erläuterung dieser quantitativen Bestimmung des Inneren des einfachen Wesens führt Wolff die Geschwindigkeit an: „Diese ist an sich unteilbar. Einerlei in allen Teilen des Körpers, der bewegt wird: unterdessen, da sie ab- und zunehmen kann, hat sie einen gewissen Grad und geringere Grade werden angesehen als Teile von ihr. Und weil dieser Grad entstehen kann, wenn ein anderer geringerer etliche Mal genommen wird, so läßt er sich ausmessen und ist daher ein angemessener Grad".[4]) Diesen Gedanken Wolffs können wir folgendermaßen ausdrücken: das einfache Wesen besitzt keine auseinanderliegenden Teile und also keine Extensität; es ist im räumlichen Sinne einfach. In seiner Innerlichkeit aber betrachtet, stellt es zwar keine extensive, wohl aber eine intensive Größe dar. Es ist ein intensives Continuum, das keine von einander getrennte Teile hat, das aber trotzdem intensiv und in seiner Intensität veränderlich ist.

Diese Veränderungen der Intensität des einfachen Wesens dürfen nach Wolff nicht etwa als qualitative Veränderungen angesehen werden: bei ihnen findet kein Vergehen und Entstehen statt. Zur Veranschaulichung dieses Gedankes bedient sich Wolff der Analogie mit den Umgestaltungen

---

[2]) Wolff, Ontologia, § 685, S. 517: „Omne ens vel simplex est vel compositum.

[3]) Wolff, a. a. O. S. 514: Ens simplex prorsus differt a composito. Etenim ens simplex omnibus caret partibus, non est extensum, non divisibile, nulla figura praeditum, nulla magnitudine, spatium nullum implet, nec ullus in eo motus intestinus locum habet. Ex adverso ens compositum partibus constat, est extensum, divisibile, certa praeditum figura, et magnitudine determinata, spatium imaginarium implet, motusque intestinus in eodem locum habet.

[4]) Wolff, Von Gott und der Seele des Menschen, S. 54, § 106.

einer extensiven Größe. Das einfache Wesen kann ebenso verschiedene Einschränkungen seiner Intensität erfahren, wie ein extensives Wesen verschiedene Veränderungen seiner Gestalt, ohne daß dabei zu der sich verändernden Materie etwas hinzukommt oder davon abgeht.[5]) Das „Fortdauernde" des einfachen Wesens besteht nach Wolff in einer Kraft, die seine Intensitätsveränderungen hervorbringt; diese seien daher gewissermaßen die eigenen Taten des einfachen Wesens.[6]) Auf Grund dieser Bestimmungen gibt Wolff folgende positive Definition des einfachen Wesens: ein einfaches, für sich bestehendes Ding ist dasjenige, welches die Quelle seiner Veränderungen in sich hat.[7]) Die einfachen Wesen unterscheiden sich voneinander durch die Verschiedenheit ihrer Einschränkungen, und zwar so, daß nirgends im Weltall zwei vollkommen gleiche Wesen vorkommen.[8])

Nachdem wir diese Bestimmungen des einfachen Wesens kennen gelernt haben, wollen wir uns den Grund dieser Annahme vergegenwärtigen, um zu erkennen, warum Wolff das Problem des diskreten Raumes in Angriff nahm. Wir nehmen selbstverständlich nach Wolff die einfachen Wesen nicht wahr; jedoch müssen wir dieselben als zureichenden Grund der zusammengesetzten Dinge voraussetzen[9]) und insofern unterliegt ihre Existenz keinem Zweifel. Wenn nun das einfache Wesen als zureichender Grund des Zusammengesetzten angenommen wird, so liegt auf der Hand, daß sich aus ihm alle diejenigen Eigenschaften müssen ableiten lassen, die dem zusammengesetzten Dinge anhaften.[10]) Die Grundeigenschaft der zusammengesetzten Dinge ist nach Wolff die Ausdehnung, derart, daß alles Ausgedehnte zusammengesetzt und alles Zusammengesetzte ausgedehnt sein muß.[11]) Hieraus geht hervor, daß auch die Ausdehnung der zusammengesetzten Dinge ihren letzten Grund im einfachen Wesen haben muß.[12]) So sieht sich Wolff vor die alte schwierige Aufgabe gestellt, den Raum aus dem raumlosen, dem Punkte abzuleiten, d. h. einen Lösungsversuch des Problems des diskreten Raumes zu unternehmen. „Nun wird es Zeit sein, daß ich erkläre," sagt Wolff, „wie es möglich ist, daß aus einfachen Dingen, die

---

[5]) Wolff, a. a. O. S. 52 und § 108.

[6]) Wolff, a. a. O. S. 58.

[7]) Wolff, a. a. O., §§ 114 und 127.

[8]) Wolff, a. a. O., § 585, vgl. ferner § 586. Auch Cosmologia, S. 152, § 195.

[9]) Wolff, Ontologia, S. 517, § 686: Ratio sufficiens compositi extra compositum, adeoque in ente simplici quaerenda.

[10]) Wolff, Cosmologia, S. 150, § 191: In eiementis continuntur rationes ultimae eorum quae in rebus materialibus deprehenduntur.

[11]) Wolff, Ontologia, S. 447, § 619: Ens compositum est extensum, et ens, quod extensum est, compositum est. Vgl. auch Cosmologia, S. 109, § 122.

[12]) Wolff, Cosmologia, S. 172, § 224: Quoniam corpora sunt substantiarum simplicium, adeoque elementorum agregata, in elementis vero rationes ultimae eorum continentur, quae rebus materialibus conveniunt; in iisdem omnino extensionis quoque ratio contineri debet ultima.

gar keine Teile haben, daran sie einander berühren, dennoch zusammengesetzte, die Teile haben, herauskommen können. Wenn man die Beschaffenheit der einfachen Dinge recht versteht, so fällt es nicht schwer, solches zu begreifen. Denn, weil jedes unter ihnen auf eigene besondere Art mit den übrigen zugleich ist, dergestalt, daß keines unter ihnen auf eben diese Weise mit den übrigen sein kann, so ist es nicht möglich, daß viele zugleich in einem Punkte sein können, sondern ein jedes erfordert seinen besonderen. Unterdessen, da ein jedes mit denen, die um dasselbe sind, verknüpft ist, so machen viele einfache Dinge zusammen eines aus, und daher bekommt das Zusammengesetzte eine Ausdehnung in die Länge, Breite und Dicke."[13])

Wolff glaubt also dieses schwierige Problem durch die Annahme lösen zu können, daß alle einfachen Wesen voneinander verschieden sind. Die Verschiedenheit, so können wir sagen, ist nach Wolff das letzte Erklärungsprinzip des Raumes. Als voneinander verschieden müssen die einfachen Wesen außereinander sein. Sie unterscheiden sich auch darin von den mathematischen Punkten (puncta zenonica), daß sie niemals zusammenfallen können.[14]) Aber das genügt nicht. Wenn die einfachen Wesen den Raum bilden sollen, so müßten sie auseinander und dennoch miteinander verbunden sein. Zum Begriffe der Extensität reiche das bloße Auseinandersein der einfachen Wesen nicht aus; sie müßten außerdem zusammenhängen und auf diese Weise gleichsam ein neues einheitliches Ganzes bilden.[15]) Wäre dem nicht so, dann gäbe es keinen Unterschied zwischen dem Raum und der Zahl und doch habe man an der Zusammensetzung des Raumes aus Punkten vielfach Anstoß genommen; gegen das Bestehen der Zahl aus Einheiten dagegen sei niemals ein Einwand erhoben worden. Hiefür ist nach Wolff der wahre Grund darin zu suchen, daß die Raumelemente miteinander verbunden sein müssen, während die Zahleneinheiten es nicht zu sein brauchen.[16]) In dem

---

[13]) Wolff, Gedanken von Gott und der Seele des Menschen, § 603.

[14]) Wolff, Cosmologia, S. 168: Elementa rerum materialium extra se invicem existunt. Elementa enim rerum materialium singula singulis dissimilia sunt, adeoque unum ab altero distinguitur. Singula igitur exra singulis, seu omnia exra se invicem existunt. Differunt adeo elementa rerum materialium a punctis zenonicis in eo, quod nunquam coincidere possint, quem admodum his accidet continui compositionem ingressuris.

[15]) Wolff, a. a. O. S. 167, § 218: Quodsi extensum formare debent (puncta) necessese est ut extra se invicem existant et hoc tamen non obstante uniantur. Und in Ontologia spricht sich Wolff darüber noch deutlicher aus (S. 428, § 548): Patet adeo, ad notionem extensionis minime sufficere, ut plura extra se invicem existant, sed requiritur praeterea, ut inter se uniantur sicque unum quid efficiant.

[16]) Wolff, Cosmologia, S. 170, § 221: Quare si distinctam extensionis notionem consulimus, nichil profecto difficultas habet ortus extensi ex non extenso. Non major hic difficultas occurrit, quam circa ortum multitudinis ex eo, quod non est multum, sive numeri ex unitate. Quod autem in quantitate discreta sive numero minor appareat difficultas, quam in continuo sive magnitudine; inde est, quod indiscreta plura inter se non uniantur, in continua autem multitudine superaccedat unio, ita ut multa sint in uno.

Verbundensein (unio) der einfachen Wesen also, und nicht in derem bloßen Nebeneinandersein, wie man gewöhnlich zu behaupten pflegt, sieht Wolff das wesentliche Merkmal des Raumbegriffs. So müssen wir bei Wolff das einfache Nebeneinander (contiguum) zweier auseinanderliegenden Wesen und das räumliche Nebeneinandersein mit einander verknüpfter einfachen Wesen (continuitas) streng auseinanderhalten. Dieses hat nach Wolff seinen Grund im Inneren des Wesens; das einfache Aneinander (contiguum) zusammengesetzter Dinge dagegen ist durch eine äußere Ursache bedingt. In beiden Fällen sei zwischen den Dingen kein Raum zu denken; in beiden Fällen seien die Dinge „aneinander". Der einzige Unterschied zwischen dem räumlichen Aneinander und dem einfachen Nebeneinander besteht demnach darin, daß zwischen den aneinanderliegenden Raumelementen infolge ihres Verbundenseins kein Drittes eingeschoben werden kann, während im Falle des einfachen „contiguum" ein solches Einschieben ganz möglich ist, sobald der äußere Grund ihres Nebeneinanderseins beseitigt wird.[17])

Mit diesen Ausführungen über das einfache Wesen glaubt Wolff, sämtliche Einwände gegen die Möglichkeit des diskreten Raumes entkräften zu können. Alle Schwierigkeiten der diskreten Raumlehre rühren davon her, daß man die Naturelemente den mathematischen Punkten gleichsetzte: wie diese hielt man auch die realen Wesen für einander absolut gleich. Aus solchen Punkten, aus „puncta zenonica", lasse sich allerdings kein Raum bilden. Nicht etwa, weil sie nicht außereinander sein können, wie man gewöhnlich annimmt. Im Gegenteil, sie können sehr wohl außereinanderliegen, da sie sich trotz qualitativer Gleichheit doch der Zahl nach (numerisch) voneinander unterscheiden. Aber zum Raumbegriff reiche das bloße Auseinander nicht aus. Die Raumelemente müssen miteinander zu einem Ganzen verbunden werden können. Der Grund der Verbindung (unio) bei einfachen Wesen muß nach Wolff ein innerer sein. Die mathematischen Punkte (puncta zenonica) entbehren aber jeglicher inneren Eigentümlichkeit, und so können sie sich nach Wolff unmöglich zu einem einheitlichen Ganzen, wie es der Raum ist, verbinden.[18]) Daß also aus den untereinander

---

[17]) Wolff, Ontologia, § 562: Quoniam inter partes cantinui tertiam quodam intermediam interponi imposibile est, inter contigua autem intermediam tertium actu interponi nequit, nisi eorum unum ab altero dimoveatur, nec partes continui, nec contigua a se invicem distant. Ferner a. a. O. S. 433, § 557: Patet autem obstaculum interponendi tertium inter duo contigua esse extrinsecum, nempe coexistentiam tertii, quod impedit, quo minus unum contignuorum ab altero dimoveri possit. Atque in eo differt, ubi obstaculum interponendi tertii inter duo intrinsecum est.

[18]) Wolff, Cosmologia, S. 167, § 218: Ex punctis zenonicis extensum oriri nequit. Sint puncta duo zenonica A et B. Quodisi extensum formare debent, necesse est ut extra se invicem existant et hoc tamen non obstante uniantur. Jam cum puncta zenonica A et B sint similia et ob partium carentiam magnitidine destiuantur, qua sola similia differre possunt; si eadem numero a se invicem diversa ponimus, unum

vollkommen gleichen Punkten kein Raum entstehen kann, gibt Wolff, wie gesagt, zu; daraus folgt für ihn aber durchaus nicht, daß der reale Raum nicht diskret sein kann, sondern nur, daß solche Punkte (puncta zenonica) nicht die Elemente der ausgedehnten Naturdinge bilden können.[19]) Durch die Aufstellung dieses Unterschiedes zwischen mathematischen Punkten und Naturelementen glaubt Wolff, „die erste Quelle der Schwierigkeiten der diskreten Raumlehre verstopft zu haben“.[20])

Noch einen Irrtum, in dem sich die Gegner des diskreten Raumes befinden, hebt Wolff hervor. Man verkennt nämlich den Unterschied zwischen dem einfachen und dem zusammengesetzten Wesen und mutet infolgedessen dem ersteren dasjenige zu, was nur dem letzteren zukommt. Wir nehmen wahr, daß sich zusammengesetzte Wesen unmittelbar berühren. Daraus folgt aber noch keineswegs, daß sich auch einfache Wesen zur Bildung eines zusammengesetzten Dinges unmittelbar berühren. „Sie sind nicht Materie,“ sagt Wolff, „und können daher auch nicht auf eine solche Art, wie die Teile der Materie verknüpft werden. Wie sie nur durch den Verstand begriffen werden, so muß auch ihre Verknüpfung mit einander bloß verständlich sein. Es behält alles in der Vernunft seine Richtigkeit: nur müssen wir uns den inneren und äußeren Zustand (Einschränkungen der Intensität) der einfachen Wesen und ihrer Verknüpfung miteinander nicht einbilden wollen.“[21])

Die Extisität der realen Körper bestehe in dem Verbundensein (unio) ihrer elementaren Bestandteile. Diese besäßen ein bestimmtes Inneres und infolgedessen müßten sie zu einer extensiven Größe verbunden werden können. Mit diesen Worten läßt sich Wolffs eben dargestellte Lehre vom realen diskreten Raum kurz zusammenfassen. Aber wie hängen die Raumelemente zusammen? Worin besteht das Verbindende, das Zusammenhaltende der Raumelemente? Auch auf diese Frage, die Frage nämlich nach dem Was des Verbindungsprinzips, sucht Wolff eine Antwort zu geben. Daß

---

equidem extra alterum existet: quoniam tamen praeter carrentiam partium nihil in iis concipere licet, nihil in iis datur, ex quo intelligi possit cur fiant unum adeoque inter se uniantur. Nulla igitur datur in iisdem unionis ratio. Quare cum absque ratione sufficiente nihil esse possit: nulla quoque punctorum zenonicum unio dari potest; consequenter ex punctis zenonicis extensum oriri nequit.

[19]) Cosmologia, S. 168, § 218: Enimvero missis notionibus confusis, quae imaginariae sunt, placuit nobis ex notionibus realibus demonstrare eandem impossibilitatem compositionis extensi, quod continuum necessario est, ex puntis zenonicis. Hinc vero denuo consequitur, puncta zenonica non posse esse rerum materialium elementa. Etenim res materiales sunt extensae. Sed ex punctis zenonicis extensum oriri nequit. Ergo ex punctis zenonicis res materiales oriri nequeunt, consequenter nec sunt internum principium corporum, adeoque nev eorum elementa.

[20]) Wolff, Von Gott und der Seele des Menschen, S. 366 f., § 604.

[21]) Wolff, a. a. O. § 604.

sie aber nicht befriedigend ist, wird uns aus den Schwierigkeiten einleuchten, in die er sich dabei verwickelt.

Alles muß in dieser Welt seinen zureichenden Grund haben, warum es so und nicht anders ist. Wenn nun dem blinden Zufall absolut keine Rolle im weltlichen Geschehen zugedacht werden soll, so darf es auch kein Zufall sein, daß die einfachen Wesen in eben dieser bestimmten und nicht in irgend einer beliebigen Ordnung zueinander stehen. Worin liegt also der Grund der bestimmten Anordnungen der letzten einfachen Wesen? Im leeren Raum kann er nach Wolff nicht zu suchen sein, da es keinen solchen gibt. Aber selbst wenn man einen leeren Raum annähme, so könnte er infolge der absoluten Homogenität seiner Teile unmöglich der zureichende Grund sein, warum dieses Wesen hier, nicht dort und jenes dort, nicht hier ist. Daher ist nach Wolff der Grund einer bestimmten Anordnung der einfachen Wesen, d. h. einer solchen Anordnung, deren Glieder unter einander verbunden sind (worin ja, wie wir sahen, das Wesen des Raumes besteht), weder im leeren Raum, noch in irgend etwas außerhalb der einfachen Wesen Liegendem zu suchen, sondern vielmehr in ihrem Inneren selbst.[22]) „Ratio coëxistentiae elementorum . . . in ipsis elementis continetur . . .“[23]) Und noch deutlicher a. a. O. S. 169: „Elementa rerum materialium uniri aliter nequeunt, quam quatenus unum vi ejus, quod ipsi inexistit, exigit coexistentiam alterius potius justa se, quam alias cujuscunque vi quidem ejus, quod eidem inexistit.“ Wenn also die einfachen Wesen nebeneinander sein sollen, so muß in ihnen etwas „anzutreffen sein, davon eines den Grund in dem andern hat.“ In diesem Falle „beziehen sich dieselben Dinge aufeinander und deswegen werden es sich aufeinander beziehende Dinge genannt.“[24])

Die einfachen Wesen sind also in ihrer Innerlichkeit Veränderungen unterworfen und hängen in ihnen voneinander ab. Die gegenseitigen Beziehungen der einfachen Dinge sind nach Wolff als Abhängigkeitsbeziehungen aufzufassen. In diesem Punkte aber gerät Wolff in Widerspruch mit sich selbst. Er definiert das einfache Wesen als dasjenige, welches die Quelle seiner Veränderungen in sich selbst hat,[25]) so daß diese gleichsam seine eigenen Taten seien. Andererseits läßt er das einfache Wesen in seinen Veränderungen vom anderen mit ihm koexistierenden Wesen abhängig sein. Dies ist ein Widerspruch. Wolff fühlt selbst die Schwierigkeit der Lage, in die er geraten ist, und wird deshalb in seiner bisherigen Konsequenz schwankend. Um aus dieser Schwierigkeit herauszukommen, sieht er sich gezwungen, zu Leibniz' „Prästabilierten Harmonie“ seine Zuflucht zu nehmen. Die Veränderungen in A hätten nur dann ihren Grund in den Veränderungen in B, wenn sich aus diesen verstehen ließe, warum in A eben

---

[22]) Wolff, a. a. O., S. 360 ff., § 553

[23]) Wolff, Cosmologia, S. 155.

[24]) Wolff, a. a. O., S. 101, § 188.

[25]) Vgl. oben S. 20.

jene und keine anderen Veränderungen stattfänden. Daraus folge aber keineswegs, B sei die wahre Ursache der Veränderungen in A: „fieri enim potest, ut mutationes sint tantummodo harmonicae et elementa ita coordinata, ut sibi invicem appareant suarum mutationum causae.“[25])

Es liegt auf der Hand, daß Wolffs Lösungsversuch des Problems des diskreten Raumes als völlig mißlungen zu betrachten ist. Daß Wolff einen Zusammenhang zwischen den realen einfachen Wesen herzustellen sucht und trotzdem die Prästabilierte Harmonie nicht vollkommen fallen läßt, vielmehr sie bei ihm „in eine unscheinbare Ecke der rationalen Psychologie tritt“, wie B. Erdmann sagt,[27]) das dürfte daraus zu erklären sein, daß Wolff selbst sich des Unbefriedigenden seiner Lösung des Raumproblems bewußt war. Denn, das Problem des diskreten Raumes steht zwar im Mittelpunkte jeder pluralistischen Philosophie. Ob aber dieses Problem eine negative oder eine positive Lösung erfahren wird, das kommt ganz darauf an, wie man sich vom pluralistischen Standpunkt aus zu der Frage nach der Beziehentlichkeit der realen Wesen stellt. Wenn man jeglichen realen Zusammenhang zwischen den einfachen Wesen leugnet, wie es Leibniz und Herbart tun, dann fällt auch die Frage nach dem realen diskreten Raum von selbst fort. Nur im Falle, daß die realen Wesen irgendwie zusammenhängen, gewinnt das Problem des diskreten Raumes einen Sinn und kann also positiv gelöst werden. Wolff hatte nun in dieser Frage zwischen Prästabilierter Harmonie und influxus physicus eine Wahl zu treffen. Er tritt aber weder für die eine noch für die andere Hypothese mit Entschiedenheit ein: beide scheinen ihm mit Schwierigkeiten verknüpft, und beide läßt er deswegen nur als logische Möglichkeiten gelten, ohne ausdrücklich die eine der beiden zu verwerfen, was er doch bei konsequenter Durchführung seines Lösungsversuchs hätte tun müssen.

Man kann über diese Unentschlossenheit Wolffs denken wie man will, jedenfalls bleibt für ihn das Verdienst, als das Wesen des diskreten Raumes nicht das bloße Auseinandersein der Raumelemente, sondern ihr Verbundensein hervorgehoben zu haben. Vor ihm lautete die Frage: wie können die Elemente auseinander sein? Zu ihrer Beantwortung galt es vor allem, die von Zeno und Aristoteles gegen eine diskrete extensive Größe erhobenen Einwände zu entkräften. Wolff stellte die Frage folgendermaßen auf: Was hält die Raumelemente zusammen? Eine befriedigende Antwort gab er, wie wir sahen, jedoch nicht. Das diskrete Raumproblem hat aber erst durch seine Fragestellung einen entschiedenen Fortschritt über Zeno hinaus erfahren. Die Frage Wolffs positiv zu beantworten, stellen sich, wie wir sehen werden, einige seiner Nachfolger zur Aufgabe (Baumgarten, Kant, Crusius, Boscovich). Die sogenannte physische Monalogie, als deren Urheber Kant und Boscovich gelten, will eine positive Lösung dieses Wolffschen Problems

[26]) Wolff, Cosmologia, S. 159 ff., § 209.
[27]) B. Erdmann, Martin Knutzen und seine Zeit, S. 57.

darstellen. Herbart glaubt in direktem Gegensatz zu dieser Lösung dasselbe Problem negativ lösen zu müssen und daher sieht er sich veranlaßt, eine „Versöhnung“ zwischen dem Kontinuierlichen und dem Diskreten, d. h. die Konstruktion des intelligiblen Raumes zu versuchen. Um aber diese Anschauungen der Wolffschen Nachfolger richtig zu verstehen, müssen wir uns zunächst mit seiner Lehre vom imaginären Raume bekannt machen.

Nach Wolff sind, wie wir sahen, die Begriffe Continuitas (das verbundene Aneinander) und Contiguitas (das durch eine äußere Ursache zustandegebrachte Aneinander der zusammengesetzten Dinge) zu unterscheiden. Der Raum im gewöhnlichen Sinne des Wortes bedeute die Möglichkeit der Lokalisierung der Dinge. Daher nehmen wir nach Wolff immer einen leeren Raum da an, wo wir die Möglichkeit, ein Ding zu lokalisieren, vorfinden. Seien vier gleichzeitig bestehende Dinge A, B, C, D gegeben. Stünden diese Wesen derart zueinander, daß zwischen je zwei derselben kein drittes einzuschieben sei, so sagten wir, daß zwischen beiden kein Raum vorhanden wäre. Ließe sich dagegen etwa zwischen A und B etc. ein drittes Ding einschieben, dann sagten wir, es sei ein Raum gegeben[28]) Wenn wir nun die Extensität, d. h. die infolge ihrer Verschiedenheit auseinanderliegenden Dinge in abstracto betrachten, dann sehen wir von allen ihren inneren Beschaffenheiten, durch die sie sich voneinander unterscheiden, ab, so daß sie nur noch numerisch verschieden sind. Damit fällt nach Wolff zugleich auch der Grund ihres Verbundenseins fort. Es steht also nichts im Wege, zwischen je zwei in abstracto beobachteten Dinge ein drittes einzuschieben, d. h. zwischen ihnen einen Raum anzunehmen. Auf diese Weise kommen wir zum imaginären Raumbegriff; dieser resultiere also aus der Möglichkeit der Koexistenz.[29])

Dem imaginären Raum habe man schon oft eine objektive Realität zugeschrieben (Leukupp, Demokrit, Newton u. a.). Dies sei als eine Absurdität zurückzuweisen. Denn eine solche Annahme zwinge uns, dem Raum alle diejenigen Eigenschaften zuzuschreiben, die nur für Gott in Anspruch genommen werden können, „veluti quod sit actu infinitum . .“.[30]) Das aktuell Unendliche ist aber nach Wolff unmöglich. Wir können weder der Zahl noch irgend einer extensiven Größe aktuell unendliche Größe zuschreiben. Auf die Unmöglichkeit der unendlichen Zahl schließt Wolff aus ihrer Entstehungsweise. Jede Zahl lasse sich durch das Hinzufügen einer Einheit vergrößern. In der Mathematik werde aber nur dasjenige als unendlich angesehen, was keine Grenzen habe, über die hinaus es vergrößert werden könne.[31]) Keine Zahl könne also unendlich sein. Dasselbe gilt auch von den extensiven Größen. Wie die Zahl, lasse sich auch eine Linie über

[28]) Wolff, Ontologia, §§ 456, 591.
[29]) Wolff, a. a. O., S. 458—459, §§ 598, 599.
[30]) Wolff, a. a. O., S. 461.
[31]) Wolff, Ontologia, § 796.

alle Grenzen hinaus verlängern. Also „Numerus infinitus et magnitudo infinita impossibiles". Aus dieser Unmöglichkeit der unendlichen Zahl folgert Wolff auch die Unmöglichkeit der realen Existenz des unendlich Kleinen.[32]) Alle diese Unendlichkeitsbegriffe seien demnach keine realen Quantitäten, „sed saltem imaginariae" und als solche nur als modi loquendi zu betrachten. Jedoch sind die Begriffe des Unendlichen, nach Wolff, für die Mathematik unentbehrlich. Wenn wir aber den realen Quantitäten die Unendlichkeit zuschrieben, würden wir uns in die oben erwähnten Schwierigkeiten verwickeln. „Sed in has angustias non delabimur ubi spatium reale ab imaginario distinguimus, aut, quod idem sonet, concretum ab abstracto."[33]) Dieser imaginäre Raum fällt mit dem mathematischen Raume zusammen, denn wo es nur darauf ankommt, die Größe der Körper untereinander zu vergleichen, da kann der reale von dem mathematischen Raume vertreten werden. Der Raum interessiert nun die Mathematiker nur insofern, als er von den Körpern eingenommen wird; also, es genüge ihnen der imaginäre Raum vollkommen.[34])

Dies ist die Raumlehre Wolffs in ihren Hauptzügen. Nun wollen wir in aller Kürze die Anschauungen derjenigen Denker berücksichtigen, auf die Wolff unmittelbaren Einfluß ausgeübt hatte. Baumgarten, Kant, Crusius und Boscovich wurden unmittelbar von Wolff beeinflußt. Die Vertreter der einfachen Atomistik im 18. Jahrhundert, insbesondere diejenigen in Frankreich, standen unter dem Einfluß von Boscovich.

Alle vier eben genannten Philosophen gehen von Wolff aus; doch weichen alle mehr oder weniger von ihm ab. So z. B. lehrt Baumgarten, wie Wolff, daß dem einfachen Wesen im Gegensatz zum Zusammengesetzten keine Ausdehnung zukomme.[35]) Ferner fallen nach ihm, wie nach Wolff, das Ausgedehnte wie das Zusammengesetzte zusammen.[36]) Jedoch trennt Baumgarten zum Unterschied von Wolff den mathematischen Raum vom realen nicht, sondern sucht jenen auf diesen zurückzuführen. Baumgarten läßt die physischen Körper und die mathematischen Figuren zusammenfallen, so daß seine Raumlehre als eine Wiedergeburt des Pythagorismus innerhalb der Wolffschen Schule anzusehen ist. Die Linie ist nach Baumgarten eine kontinuierliche Reihe von Punkten, die zwischen zwei voneinander entfernten

[32]) Wolff, a. a. O., § 803.

[33]) Wolff, a. a. O., S. 461.

[34]) Wolff, Ontologia, S. 600, § 999: Quamobrem spacii imaginarii notio veriae vicaria esse potest, ubi nonnisi magnitudines rerum extensarum habenda ratio, seu corporum magnitudines inter se comparendae. Quoniam itaque mathematici spatium non considerant, quam quatenus a corporibus repleatur, seu mensuram . . . .: notio quoque imaginaria isdem sufficit.

[35]) A. G. Baumgarten, Metaphysica, III. Aufl., 1750: Monas non extensa est, nec spatium replet. At totum monadum est extensum (vgl. auch S. 63, § 242).

[36]) A. a. O., S. 109, § 399.

Punkten liegen; ihre Extensität werde durch die Anzahl der Punkte, aus denen sie besteht, bestimmt.[37])

Völlig im Banne der Wolffschen Raumlehre befand sich der junge Kant. In seiner Jugendschrift „Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte", behauptet er in direktem Anschluß an Wolff, daß man ohne Verbindung der elementaren Teile keine Ausdehnung dem Ganzen zuschreiben könne. Um diese reale Verbindung zwischen den Raumelementen zu ermöglichen, läßt Kant, abweichend von Wolff, die Kraft der einfachen Wesen außerhalb derselben wirken, damit sie auf diese Weise mit den anderen umliegenden Wesen zusammengehalten werden. „Denn ohne diese Kraft," sagt Kant, „ist keine Verbindung, ohne diese keine Ordnung, ohne diese endlich kein Raum."[38]) Zu dieser Ableitung des Ausgedehnten aus punktuellen Elementen sieht sich Kant, ebenso wie Wolff, gezwungen, „weil alles, was unter den Eigenschaften eines Dinges vorkommt, von demjenigen muß hergeleitet werden, was vollständigen Grund von dem Dinge selbst in sich enthält".[39]) Diese und andere Äußerungen Kants aus der genannten Abhandlung muten fast wie freie Übersetzungen aus Wolffs lateinischen Schriften an. Es liegt demnach auf der Hand, daß die Behauptung Riehls, Kant sei niemals in der Raumlehre Anhänger der Leibniz-Wolffschen Philosophie gewesen,[40]) auf einem Irrtum beruht, der in der Identifikation der Wolffschen und Leibnizschen Raumlehren besteht. Sobald der große Unterschied zwischen Leibniz und Wolff in der Raumphilosophie eingesehen wird, lassen sich leicht auch an späteren Schriften Kants deutliche Spuren des tiefen Einflusses, die nur von Wolff herrühren können, feststellen. Es möge zu diesem Zweck an einige Stellen in der Kritik d. r. V., erinnert werden, wo Kant z. B. gegen die „Monadisten" polemisiert, die „fein genug gewesen", den Schwierigkeiten des Raumproblems „dadurch auskommen zu wollen: daß sie nicht den Raum als eine Bedingung der Möglichkeit der Gegenstände äußerer Anschauung (Körper), sondern diese und das dynamische Verhältnis der Substanzen überhaupt als die Bedingung der Möglichkeit des Raumes voraussetzten."[41]) Nach unserer Darstellung der Wolff-

[37]) Baumgarten, a. a. O., S. 756, § 286: Partes extensi extra se positae vel simplices sunt, vel compositae. Priores quatenus extensae non sunt puncta vocatur. Series punctorum punctis distantibus interpositorum continua est linea. Und etwas weiter: Extensia lineae ex numero punctorum, quibus constat determinatur (a. a. O., S. 76, § 287).

[38]) Kant, Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte, S. 21, § 9. Im Zusammenhange damit vgl. B. Erdmann, Reflexionen zur kritischen Philosophie, Bd. II, S. 106. Nr. 238: Der Grund der allgemeinen Verknüpfung der Substanzen ist auch der Grund des Raumes.

[39]) Kant, Gedanken von der wahren Schätzung . . ., § 10.

[40]) Riehl, Philosophischer Kritizismus, II. Aufl., Bd. I, S. 327.

[41]) Kant, Kritik d. r. V. (Kehrbachs Ausgabe), S. 367.

schen Raumlehre kann kein Zweifel darüber bestehen, daß Kant bei dieser polemischen Äußerung an Wolff und dessen Schüler denkt, zu denen auch er, wie wir sahen, gehörte, die er aber nur deswegen verlassen hat, weil er den phänomenalistischen Standpunkt in der Erkenntnislehre eingenommen. Wäre der Realismus in der Philosophie richtig, d. h. hätte unser Denken mit den Dingen an sich und nicht mit deren Erscheinungen zu tun, „so würde," sagt Kant a. a. O. ausdrücklich, „der Beweis der Monadisten allerdings gelten." Hätte Kant also den realistischen Standpunkt in der Philosophie nicht verlassen, so hätte er auch weiterhin an der Meinung jener „Monadisten" festgehalten, die den Raum aus dynamischen Verhältnissen der einfachen Substanzen abzuleiten suchten, d. h. an der Meinung, die, wie wir sahen, auch er in seiner Jugend vertreten hat. Und noch eine Stelle in der Kritik d. r. V. wollen wir erwähnen, die uns die Beziehung zwischen Kant einerseits und Wolff und Leibniz anderseits richtig zu beleuchten imstande ist. Im Unterschied von Leibniz und in Übereinstimmung mit Wolff behauptet Kant in der Kritik d. r. V., daß kein „quantum discretum" als unendlich angesehen werden kann. „Sobald etwas," sagt Kant a. a. O. S. 425, „als quantum discretum angenommen wird: so ist die Menge der Einheiten darin bestimmt; daher auch jederzeit einer Zahl gleich." Dieses Gesetz, das von Dühring und Renouvier „Gesetz der Zahl" benannt wurde, stammt von Wolff und nicht von Leibniz.

Nun wollen wir auch andere Schüler Wolffs mit einigen Worten berücksichtigen.

Ebenso wie Kant hält auch Crusius an der Forderung Wolffs fest, die Raumelemente müßten miteinander verbunden sein. „Bestünde der Raum," sagt Crusius,[42]) „im bloßen Verhältnis der koexistierenden Dinge, so wären eine Melodie oder Definition, weil darinnen viel Dinge nebeneinander seien, ebenso ein Raum." Um aber dieser Forderung des Verbundenseins der Raumelemente genügen zu können, glaubt Crusius die Punktförmigkeit der Raumelemente aufgeben zu müssen. „Wenn man örtliche Einheiten zusammen nimmt," sagt unser Denker,[43]) „so wird zwar eine quantitas discreta, nämlich eine Anzahl Einheiten daraus. Soll aber das herauskommende Ganze eine quantitas continua sein: so müssen schon die Teile, daraus es erwächst, eine quantitatem continuam haben. Denn sie müssen ja einander berühren können und in irgendeiner Direktion zusammengesetzt werden. Mithin müssen sie Seiten haben." Zur Begründung dieser seiner Auffassung der letzten Raumelemente stellt Crusius in sehr geistreicher Weise einen Unterschied zwischen „Gedankenteilen" und wirklichen Teilen auf. Nur diese seien trennbar. Als Gedankenteile sind nach Crusius diejenigen Teile eines Ganzen anzusehen, die sich zwar voneinander unterscheiden,

[42]) Crusius, Vernunft-Wahrheiten, III. Aufl., 1 66. S. 86 ff., S. 49.
[43]) Crusius, a. a. O., S. 199, § 119.

nicht aber trennen lassen.[44]) Daher können nach Crusius die Naturelemente ausgedehnt und doch unteilbar sein. „Die Natur stellt," sagt er, „an Stelle eines mathematischen Punktes die kleinste Substanz."

Crusius bekämpft, ebenso wie Wolff, die absolute Realität des leeren Raumes und stellt ihn als eine Imagination hin. Jedoch müssen nach ihm die kleinsten Substanzen, wie nach Baumgarten die einfachen Wesen, in mathematischer Ordnung zueinanderstehen. Die wahren Linien, Flächen und Körper in der Natur müssen „in eben der Ordnung aus kleinsten Substanzen zusammengesetzt werden, wie man sich dieselben in der Mathematik, als aus Punkten bestehend, denkt". Also schon unter den Schülern Wolffs macht sich die Tendenz rege, dem realen diskreten Raum einen mathematischen Sinn abzugewinnen; die diskrete Geometrie, wollen wir sagen, wird vermutet.

Der bedeutendste unter den Nachfolgern Wolffs ist R. Boscovich. Er ist der einzige, der das Wolffsche Raumproblem richtig verstanden und demnach einen ernsten Versuch gemacht hat, dasselbe positiv zu lösen. In Hauptsätzen stimmt R. Boscovich, wie wir sehen werden, mit Wolff überein. Auch Boscovich unterscheidet den realen von dem imaginären Raum. Diesen Unterschied zwischen beiden Raumbegriffen hat also zuerst Wolff und nicht Boscovich, wie E. Cassierer zu meinen scheint,[45]) aufgestellt. Boscovich, als Nachfolger Wolffs, hat eine historische Bedeutung. Er hat nämlich den Wolffschen Finitismus nach Frankreich übertragen, wo dieser einen so mächtigen Einfluß ausgeübt hatte, daß bedeutendste französische Denker, wie Evelin, Renouvier u. a., und insbesondere die Vertreter der sogenannten einfachen Atomistik unter diesem Einflusse zu entschiedenen Gegnern des Infinitismus geworden sind, der dagegen in Deutschland, wo sich Leibnizscher Einfluß geltend machte, viele Vertreter fand. Und so ist der französische Finitismus deutschen Ursprunges. Um diese Tatsache im wahren Lichte erscheinen zu lassen, wollen wir R. Boscovich und den französischen Vertretern des Finitismus das folgende Kapitel widmen. Hier wollen wir nur noch mit ein paar Worten andere, weniger bedeutende Schüler Wolffs berücksichtigen.

Wir haben oben nur diejenigen Anhänger Wolff's berücksichtigt, die, wie gesagt, mehr oder weniger von Wolff abweichen und uns demnach geeignet erscheinen, uns ein klares Bild über die Sachlage des Raumproblems in der Wolffschen Schule zu entwerfen. Die anderen Schüler von Wolff, wie Darjes, Gottsched, Bilfinger, glauben wir in diesem Zusammenhang unbe-

[44]) Crusius, a. a. O., §§ 104, 105, 106: a. a. O., S. 164, § 92.
[45]) E. Cassierer, Erkenntnisproblem, Bd. II, S. 399. An dieser Stelle hebt Cassierer den Unterschied zwischen Leibnizscher Raumauffassung und derjenigen von Boscovich hervor, der nicht verkannt werden darf, trotzdem sich beide Denker des Wortes Möglichkeit zur Bezeichnung des Raumes bedienen; läßt aber sonderbarer Weise die Wolffsche Raumlehre ganz außer Acht

achtet lassen zu dürfen. Sie halten zwar an der Lehre vom diskreten Raume fest, finden sich aber mit den ihr anhaftenden Schwierigkeiten allzuleicht ab. So nimmt z. B. nach Gottsched nur die Phantasie Anstoß an der Zusammensetzung des Raumes aus Punkten, „indem sie sichs nicht vorstellen kann, wie aus lauter einfachen Substanzen, die weder lang, breit noch dick sind, ein Körper entstehen könne“.[46]) Ähnlicher Meinung ist auch Bilfinger, Wolffs „ungleich schärfer denkender Schüler“, wie ihn Lange nannte. Sobald ich mir, meint Bilfinger, das Zusammengesetzte vorstelle, stelle ich es mir als ausgedehnt vor. Nun stellt aber niemand in Abrede, daß das Zusammengesetzte aus dem Einfachen entstehe. Man könne demnach auch die Möglichkeit nicht leugnen, „ex simplicibus, in ses non-extensis, fieri et cocipi posse extensum“.[47]) Das eben angeführte Urteil, das Lange in seiner „Geschichte des Materialismus“ über Bilfinger gegeben hat, findet demnach wenigstens in Bilfingers Raumlehre keine Rechtfertigung.[48])

Nach dieser kurzen Darstellung der Ansichten der Wolffschen Nachfolger wollen wir noch in Kürze Wolffs und Leibniz' Raumlehre vergleichen. Ob sich Wolff mit Recht gegen das von Bilfinger aufgebrachte Wort von einer Leibniz-Wolffschen Philosophie gesträubt hätte, das lassen wir dahingestellt. Daß es aber völlig unerlaubt ist, von einer Leibniz-Wolffschen Raumlehre zu reden, wie es Riehl a. a. O. tut, liegt auf der Hand. Nach Leibniz kann die Quantitätskategorie in keiner Gestalt im realistischen Sinne eine Anwendung auf die absolute Wirklichkeit finden. Die Welt der Monaden läßt sich nach ihm, wie wir sahen, weder als eine Zahl behandeln, noch kommen ihr irgendwelche räumliche Eigenschaften zu. Die Monaden in einem Punkt zusammengedrängt oder im Raum verstreut zu denken, dies alles bezeichnet Leibniz als bloße Fiktionen. Völlig entgegengesetzter Meinung ist, wie wir sahen, Wolff. Die Quantitätskategorie ist nach ihm bei weitem nicht in ihrer Anwendung auf die phänomenale Welt beschränkt, wie es Leibniz meint. Wolff wendet die Kategorie der Quantität in allen ihren Gestalten, und zwar nicht nur als Zahl, Zeit, Raum, sondern auch als Intensität auf das transzendente Sein selbst an. Die Quantitätskategorie ist ihm Seinskategorie: Zahl, Raum, Zeit, Intensität sind nach ihm die kategorialen Bestimmungen des Seins selbst. Bei Leibniz dagegen kann vom Raume nur in dem Sinne die Rede sein, in welchem Wolff vom imaginären Raume sprach, und in diesem Punkte mag Wolff unter dem Einflusse von Leibniz gestanden haben. Jedoch gewinnt diese Auffassung des imaginären Raumes bei Wolff und Boscovich eine bestimmte unzweideutige Bedeutung. W o l f f wie B o s c o v i c h suchen die wesentlichen Merkmale des mathematischen Raumbegriffes, dessen Unendlichkeit und Kontinuierlichkeit, aus dem Grundbegriffe des realen Raumes, aus dem Aneinander der realen Wesen, abzuleiten. Es mag sein, daß Wolffs und Boscovichs Unternehmen nicht bloß ergebnislos geblieben ist, sondern vielmehr als sinnlos und überflüssig zu bezeichnen ist. Jedenfalls aber bietet es uns einen Grund, das Wort von einer Leibniz-Wolffschen Raumphilosophie ebenfalls als sinnlos zu bezeichnen. Allerdings hat Wolff unter dem Einfluß von Leibniz gestanden, aber ebenso unverkennbar ist der Einfluß, den G. Bruno auf Leibniz ausgeübt hat, und doch wird sich heute kaum jemand finden, der die Meinung derjenigen teilt, die, wie Brunhofer[49]), Leibniz jegliche Originalität in der Ausbildung der Monadenlehre abzusprechen, ja sogar Plagiat vorzuwerfen geneigt sind. Es kann demnach, wie aus unserer obigen Darstellung erhellt, n u r v o n e i n e r W o l f f - B o s c o v i c h s c h e n R a u m l e h r e die Rede sein. Eine Leibniz-Wolffsche dagegen gibt es nicht.

Haben wir nun einmal den Unterschied zwischen Leibniz und Wolff in der Raumphilosophie eingesehen, so sind wir dadurch in den Stand gesetzt, die Raumlehren einiger späteren Denker uns in wahrem Lichte erscheinen zu lassen.

---

[46]) J. Ch. Gottsched, Erste Gründe der gesamten Weltweisheit, VI. Aufl., Leipzig, 1756, S. 263, § 399 f.

[47]) G. B. Bilfinger, De Deo, anima, mundo. 1746. S. 203 ff.

[48]) Vgl. Kröners Volksausgabe der „Geschichte des Materialismus“, Bd. II, S. 167.

[49]) Brunhofer, Brunos Lehre vom Kleinsten als die Quelle der prestabilierten Harmonie, 1890. Damit im Zusammenhang vgl. Einleitung zu Brunhofers „Brunos Weltanschauung und Verhängnis.“ 1882.

III. Kapitel.

R. Boscovich und die französischen Finitisten.

Roger Joseph Boscovich, der große südslawische Philosoph, ist bei der Grundlegung seines Gedankensystems von Leibniz und Newton beeinflußt worden. Boscovich selbst äußert sich darüber folgendermaßen: „Mein System hält die Mitte zwischen demjenigen Leibniz' und Newtons; mit beiden hat es vieles gemeinsam, von beiden unterscheidet es sich in manchen Stücken; es ist aber unendlich viel einfacher als beide.“ [1]) Insbesondere soll der Einfluß Newtons auf Boscovich nach seinen eigenen Worten so tief gewesen sein, daß er jahrelang über die Andeutungen Newtons nachgedacht und auf solche Weise schließlich seine eigene Theorie ausgebildet hatte.[2]) Was nun die Raumlehre unseres Philosophen anbetrifft, so ist der Einfluß, der von Leibniz und Newton auf R. Boscovich ausgeübt wurde, ein in der Tat rein negativer Einfluß gewesen; so tiefe Unterschiede trennen die Raumlehren Leibniz' und Newtons von derjenigen unseres Philosophen. Nach Newton sind die letzten materiellen Atome ausgedehnt und doch physisch unteilbar; als solche befinden sie sich im leeren Raume. Nach Boscovich sind weder die Atome ausgedehnt, noch existiert ein von der Materie unabhängiger leerer Raum. Leibniz leugnet die Möglichkeit des realen Raumes; die Monaden bilden in ihrem Zusammensein auch keinen Raum: jede Monade, sagt er, sei wie eine getrennte Welt; sie würden keinen Raum zusammensetzen, da sie an sich aller Verknüpfung entbehren.[3]) Ihrer Zahl nach sind die Monaden unendlich viele. Leibniz ist also ein Idealist und Infinitist. Unser Philosoph dagegen ist ein ausgesprochener Realist und Finitist: der reale Raum, lehrt er, wie wir gleich sehen werden, sei aus einer endlichen Anzahl realer unausgedehnter Punkte zusammengesetzt. Positive Anregungen also kann Boscovich, in dieser Hinsicht wenigstens, nur von Wolff erhalten haben. Um diese Behauptung zu begründen, stellen wir uns

---

[1]) Boscovich, Theoria philosophiae naturalis. III. Aufl. 1763, Nr. 1.
[2]) Boscovich, De lumine . . ., II. Aufl., 1749, Nr. 57.
[3]) Leibniz (Erdm. S. 742).

in diesem Kapitel zur Aufgabe, diejenigen Grundsätze der Raumlehre Boscovichs hervorzuheben, über die er und Wolff grundsätzlich einverstanden sind.

Es sind hauptsächlich drei Grundideen, die wir bei Wolff gefunden haben, die sich aber prinzipiell auch R. Boscovich zu eigen gemacht hatte. Erstens ist Boscovich in der Raumphilosophie auch ein Dualist: neben dem endlichen realen diskreten Raum nimmt auch Boscovich den kontinuierlichen imaginären Raum an. Zweitens ist Boscovich ebenso wie Wolff ein ausgesprochener Finitist: die absolute Wirklichkeit verträgt weder das unendlich Große noch das unendlich Kleine. Und schließlich leugnet auch Boscovich den leeren Raum, und statt dessen legt er, ebenso wie Wolff, den imaginären Raum der Geometrie zu Grunde.

Nun wollen wir zur näheren Darstellung der Raumlehre unseres Philosophen übergehen. Den Grundbegriff in seiner Philosophie bildet der Begriff des einfachen Wesens. Das einfache Wesen ist seiner Quantität nach ebenso ganz einfach, wie es der mathematische Punkt ist: es ist weder ausgedehnt noch teilbar. Der reale Punkt aber unterscheidet sich vom mathematischen Punkte dadurch, „daß er die realen Eigenschaften der Trägheit und jener aktiven Kräfte aufweist, welche zwei Punkte bestimmen, sich einander zu nähern, oder sich voneinander zu entfernen".[4]) Der Begriff eines solchen Wesens aber wird sehr oft geleugnet. Viele behaupten, keinen solchen Begriff zu besitzen. Alle solche Leute aber seien in einem Irrtum befangen, der aus der Sinnlichkeit stammt. „Denn es ist," sagt Boscovich, „bei uns Menschen eine alte Gewohnheit, welche Quelle und Wurzel der größten Vorurteile ist, daß wir das, was für unsere Sinne nichts ist, überhaupt für nichts ansehen." [5]) Um diesen Irrtum zu zerstören und zur klaren Einsicht in die Möglichkeit des unausgedehnten einfachen Wesens zu gelangen, wird uns die Geometrie helfen. „Denken wir uns," sagt Boscovich, „eine durchaus stetige Ebene, sagen wir einen zwei Fuß langen Tisch; denken wir uns weiter diese Ebene ihrer Länge nach durchschnitten, aber so, daß die so erhaltenen Hälften auch weiterhin miteinander in unmittelbarer Berührung blieben. Diese Schnittlinie nun wird jedenfalls die Grenze zwischen dem linken und dem rechten Teil sein; sie wird weiter ebenso wie die ganze Ebene zwei Fuß lang sein, dagegen wird sie jeglicher Breite entbehren: denn von der einen Hälfte wird in stetiger Bewegung unmittelbar zu der zweiten übergegangen; diese Hälfte aber stände mit der ersten nicht in unmittelbarer Berührung, wenn jene Durchschnittslinie irgendwelche Dicke hätte. Diese Schnittlinie ist also die Grenze, die hinsichtlich ihrer Dicke unausgedehnt und unteilbar ist. Wenn nun zu dieser Schnittlinie noch eine zweite Querschnittlinie hinzukäme, die aber ebenso unteilbar und unausgedehnt wäre, so würde daraus jedenfalls folgen, daß der Durchschnittspunkt beider Durchschnittslinien in der gedachten ebenen Oberfläche durchaus keine Ausdehnung besäße. Dieser Durchschnittspunkt würde ein durchaus unteilbarer und unausgedehnter Punkt sein, der sich bei der Bewegung der Ebene mitbewegen und dadurch eine Linie beschreiben würde, die zwar lang, aber durchaus nicht breit wäre." [6]) Es ist also klar, daß wir im Stande sind, uns den Begriff vom einfachen unausgedehnten Wesen zu bilden, obgleich uns die Sinnlichkeit nichts derartiges bietet.

Nun ist die Frage, was für positive Bestimmungen die einfachen Kraftpunkte an und für sich besitzen. Boscovich beantwortet diese Frage insofern positiv, als er behauptet, das innere Wesen der Kraftpunkte zeige sich in ihrer gegenseitigen Verhaltungsweise, die zweifach sei: die Kraftpunkte nämlich ziehen sich entweder an oder stoßen sich ab, je nach der Größe der Entfernung, die auf diese Weise zwischen denselben entsteht. Auf sehr kleinen Distanzen jedoch sei diese Kraftwirkung ausschließlich repulsiv. Was aber diese Kräfte an und für sich sind, worin die inneren Ursachen der Tätigkeiten der Kraftpunkte bestehen, diese Fragen weist unser Philosoph als von seinem Standpunkt aus unbeantwortbar zurück. „Was die Kraft des Beharrungsvermögens sei," sagt Boscovich, „ob sie von einem freien Gesetz des höchsten Schöpfers abhängt, ob von der Natur der physischen Punkte selbst oder von irgend einem zu ihnen gehörigen etwas, was es auch sei, darnach frage ich nicht; und wenn ich die Frage stellen wollte, so hätte ich keine Hoffnung, die Antwort zu finden." [7]) Eine negative Behauptung aber hinsichtlich der qualitativen Bestimmungen der einfachen Wesen stellt jedoch unser Philosoph mit aller Entschiedenheit auf. Die letzten einfachen Wesen weisen untereinander keine qualitativen Unterschiede auf; sie seien durchaus homogen; das berühmte principium identitatis indiscernibilium will unser Denker nicht gelten lassen. Die Idee der „Leibnizianer" von der durchgängigen Heterogenität der letzten einfachen Wesen ist zur Erklärung der qualitativen Mannigfaltigkeit der Sinneswahrnehmungen überflüssig, weil sich dieselbe Tatsache ganz gut aus der gegensätzlichen Annahme der Homogenität der einfachen Wesen begreifen läßt, wie sich unser Philosoph nachzuweisen bemüht. Die einfachen Kraftpunkte, wenn sie einzeln auf unsere Sinne einwirken, sind nicht im Stande, eine Idee in uns hervorzubringen. Nur unter gleichzeitiger Einwirkung vieler Kraftpunkte auf die Sinne werden die Wahrnehmungen im Geiste herbeigeführt. Bei dieser Einwirkung aber gehen die einfachen Wesen verschiedenartige Kombinationen ein, deren Anzahl hinsichtlich der Zahl der Kraftpunkte und ihrer gegenseitigen Entfernungen ungeheuer groß sein muß. Auf diese Weise läßt sich nach Boscovich die sinnliche Mannigfaltigkeit ganz gut begreifen und die Annahme durchgängiger Heterogenität der einfachen Wesen wird überflüssig. Um uns diese Erklärungsweise anschaulich zu

[4]) Boscovich, Theoria, Nr. 176.
[5]) Boscovich, a. a. O. Nr. 159.
[6]) Boscovich, Theoria, I, 134.
[7]) Boscovich, a. a. O. Nr. 8 und Nr. 516.

machen, beruft sich unser Philosoph auf die ungeheuer große Mannigfaltigkeit der Wörter, aus denen sämtliche Sprachen bestehen, die sich aber insgesamt aus vierundzwanzig Buchstaben ableiten lassen. Noch leichter lasse sich die sinnliche Mannigfaltigkeit begreifen aus lauter homogenen Punkten, wenn man bedenke, daß die Zahl der Kraftpunkte und folglich die ihrer möglichen Kombinationen unvergleichlich größer sei als die Zahl der Buchstaben. „Um wieviel größer also die Zahl verschiedener möglicher Kombinationen in sinnlichen Maßen, als die Zahl dieser Maßen selbst, die wir betrachten und miteinander vergleichen können, ist, um soviel größer ist, sagt Boscovich, die Unwahrscheinlichkeit zweier ganz gleicher Maßen, als die Unwahrscheinlichkeit irgend welchen, wie immer kleinen Unterschiedes zwischen irgend welchen Maßen untereinander.“ [8]) Außerdem zieht Boscovich auch andere Umstände, die auf das Entstehen sinnlich gegebener Mannigfaltigkeit Einfluß haben können, in Erwägung, die aber kein Interesse für unser Thema haben.

Nun kommen wir auf die Hauptfrage, von deren Beantwortung die Möglichkeit des diskreten Raumes abhängig ist. Wie ist nämlich aus solchen, unausgedehnten Punkten die reale Ausdehnung zusammenzusetzen möglich? Die Antwort, die uns Boscovich auf diese Frage gibt, ist sowohl sachlich wie historisch von großer Bedeutung. Sachlich wichtig ist diese seine Antwort, weil sie, wie wir sehen werden, die einzig mögliche Art und Weise vorbereitet, wie die gegen den diskreten Raum erhobenen Einwände zu entkräften sind. Ihre historische Bedeutung besteht darin, daß Boscovich gerade durch sie seine Nachfolger beeinflußt zu haben scheint. Diese Antwort unseres Denkers lautet: aus lauter nebeneinander liegenden, sich also miteinander berührenden Punkten lasse sich wahrlich keine Ausdehnung zusammensetzen, weil sich die einfachen Wesen bei ihrer Berührung notwendigerweise durchdringen, d. h. ineinanderfallen müßten; die Ausdehnung lasse sich demnach nach Boscovich nur aus solchen Punkten ableiten, die voneinander durch bestimmte Intervalle getrennt, voneinander entfernt sind. Die auf diese Weise entstandene Ausdehnung ist nach Boscovich kein mathematischer, sondern ein physischer Raum. Boscovich schärft wiederholt die Forderung ein, der mathematische Raum sei vom physischen Raume streng zu unterscheiden. Diese Erklärung stellt unser Philosoph im Gegensatz zu „den Zenonisten“ auf. Er sagt: „Die Zenonisten nehmen die unausgedehnten Contigua an, um das mathematische Kontinuum abzuleiten, was unmöglich ist, da die unausgedehnten Contigua ineinanderfallen müssen; ich dagegen setze die unausgedehnten Wesen voraus, die aber voneinander

[8]) Boscovich, a. a. O. Nr. 95: „Quanto major est numerus combinationum diversarum possibilium in massis sensibilibus, quam earum massarum quas possumus observare et inter se conferre, tanto major est improbabilitas duarum massarum omnino similium, quam omnium aliquantisper saltem inter se dissimilium“.

getrennt sind.“ [9]) Die Unmöglichkeit der gegenseitigen Berührung der einfachen Wesen geht nach Boscovich aus ihrer Wirkungsweise als Kraftzentren hervor. Die Wirkungsweise der Kraftpunkte ist entweder atraktiv oder repulsiv; auf kleinen Distanzen aber ist diese ihre Wirkungsweise ausschließlich repulsiv. Wenn man nun bedenkt, daß die Stärke der repulsiven Kraftwirkung umgekehrt proportional mit dem Quadrat der Entfernung ist, so ist klar, daß bei der Berührung zweier Kraftpunkte ihre Repulsivkraft unendlich groß sein müßte. In der Wirklichkeit aber sei keine aktuelle Unendlichkeit möglich; in der Wirklichkeit sei demnach auch keine Punktenberührung möglich.[10])

Wenn nun dem so ist, so geht nach Boscovich zur Genüge hervor, daß ein jeder Punkt als mit einem Modus existendi, mit einer besonderen Existenzart sui generis behaftet, und je zwei aufeinander wirkende Punkte als durch eine bestimmte Entfernung voneinander getrennt gedacht werden müssen. Weder jene Existenzarten, noch diese Entfernungen der Kraftpunkte dürfen nach Boscovich als Bestandteile eines leeren, unabhängig von der Materie existierenden Raumes aufgefaßt werden. Boscovich spricht sich über die Existenzart der Kraftpunkte in folgenden Worten aus: „Es muß notwendigerweise ein realer Modus des Existierens angenommen werden, wodurch ein Ding da ist wo es ist, und dann ist, wann es ist. Mag man nun diesen Modus Ding oder Modus des Dinges, ein Etwas oder non-Nichts benennen, jedenfalls muß er außerhalb unserer Einbildung existieren. Ein Ding kann seinen Modus ändern, indem ihm bald der eine, bald ein anderer Modus derselben Art zukommt.“ [11]) Die Existenzarten haben also eine objektive Existenz, hängen aber von den realen Wesen durchaus ab. Ein Modus des Existierens besteht nur solange ein Kraftpunkt in derselben Lage zu anderen Kraftpunkten verharrt; mit der Veränderung dieser Lage des Kraftpunktes geht auch der ihm entsprechende Modus des Existierens verloren, und der seine Lage aufgebende Kraftpunkt nimmt einen anderen Modus des Existierens an. Dasselbe gilt nach Boscovich von den die realen Punkte trennenden Entfernungen: Sie hängen in ihrer objektiven Existenz von den sich aufeinander beziehenden Punkten ab. Auch darüber spricht sich Boscovich in unzweideutigen Worten aus. Der Einwand, den viele gebrauchen, indem sie sagen, ein derartiger Raum sei unmöglich, weil er aus Punkten und dem leeren Raum bestehe, dieser sei aber ein „purum nihil“, sei stichhaltig. Bestehe doch nach mir der Raum nicht aus Punkten allein, sondern aus Punkten, die bestimmte Entfernungsverhältnisse untereinander haben: diese Entfernungsverhältnisse rühren nicht her, sagt wörtlich Boscovich, von dem

[9]) Boscovich, a. a. O. Nr. 372, S. 169: „Nam illi (Zenonistes) inextensa contigua ponunt, ut mathematicum continuum efforment, quod fieri non potest, cum inextensa contigua debeant compenetrari, dum ego inextensa admitto a se invicem disjuncta“.

[10]) Boscovich. De lege virium, Nr. 59; Th. suppl. § IV.

[11]) Boscovich. Theoria, De spatio, § 3: vgl. auch § 372, S. 169.

leeren dazwischen liegenden Raum, weil der leere Raum nichts aktuell Existierendes, sondern nur etwas Mögliches ist, das wir unbestimmt konzipieren.[12]) Diese Entfernungsverhältnisse aber sind, wenn auch vom leeren Raum nicht herrührend, jedoch nicht etwas Subjektives, sondern ein Etwas, dem ebenso eine objektive, nicht imaginäre Existenz zugestanden werden muß, wie den Existenzarten (Modi existendi) selbst. Diese Intervallen, meint Boscovich, rührten auch her „a realibus existendi modis, qui realem utique relationem inducunt realiter et non imaginarie tantum diversam in diversis distantiis". Boscovich also leugnet ausdrücklich die Existenz des leeren Raumes im Sinne der alten Atomistik. An Stelle des leeren Raumes setzt er, wie auch Wolff, den imaginären Raum, der alle begrifflichen Merkmale des leeren mathematischen Raumes besitzt, dem aber keine objektive an sich seiende Existenz zukommt.

Es muß also augenscheinlich nach Boscovich ebenso wie auch nach Wolff der reale Raum vom imaginären Raume streng unterschieden werden. Der reale Raum ist endlich und diskret; der imaginäre dagegen unendlich und kontinuierlich. Der reale Raum besteht aus aktuell gegebenen Existenzarten und deren Intervallen, die in jedem Augenblick der Zahl nach endlich und bestimmt sein müssen; der imaginäre Raum dagegen stellt die unendliche Vielheit aller möglichen Existenzarten, die je einem einfachen Wesen anhaften können, dar. Daher könnte man eigentlich, meint Boscovich, von vielen imaginären Räumen reden, von sovielen, wieviele es einfache Wesen gebe, da für ein jedes einfache Wesen eine Unendlichkeit möglicher Existenzarten gedacht werden kann, die ihm je anhaften können. Nun fließen aber alle diese imaginären Räume, da sie sich durchaus nicht voneinander unterscheiden, logisch zusammen und bilden einen einzigen unendlichen und kontinuierlichen Raum.[13])

Dem imaginären Raum müssen wir nach Boscovich neben der Unendlichkeit und Kontinuierlichkeit auch Ewigkeit und Notwendigkeit zuschreiben. Es sei nämlich notwendig, daß den einfachen ewig existierenden Wesen die Existenzarten anhaften, daher sei der imaginäre Raum als der Inbegriff aller möglichen Existenzarten ewig und notwendig. Als solcher liegt der imaginäre Raum der Geometrie zu Grunde.

Der reale und der imaginäre Raum sind also nach unserem Philosophen durchaus voneinander getrennt: die begrifflichen Merkmale, die dem imaginären Raum zukommen, sind als Eigenschaften des realen Raumes unmöglich. Denn wären alle im imaginären Raum als möglich gedachten

---

[12]) Boscovich, a. a. O. § 372, S. 169: „heae relationes non constituuntur a spatio vacuo intermedio, quod spatium nihil est actu existens, sed est aliquid solum possibile, a nobis indefinite conceptum".

[13]) Boscovich, De spatio, Nr. 11: „Quodvis igitur punctum materiae habet suum spatium imaginarium, immobile, infinitum, continuum: quae tamen omnia spatia pertinentia ad omnia puncta, sibi invicem congruunt, et habentur pro unico."

Punkte aktualiter gegeben, so würde die „relatio compenetrationis" eintreten, was das Verschwinden der realen Ausdehnung zur Folge hätte.[14]) Daher ist nach Boscovich, wie auch nach Wolff, sowohl den unendlich großen, wie auch den unendlich kleinen Quantitäten jegliche reale Existenz abzusprechen; derartige Quanta seien nur als imaginär denkbar.[15])

Nun wird uns die folgende Definition, die Boscovich über den Unterschied beider Raumbegriffe aufgestellt, klar. Boscovich sagt: „Jeder Punkt besitzt einen Modus existendi, kraft dessen er da ist, wo er ist. Diese realen Modi des Existierens sind mir der reale Raum. Ihre Möglichkeit, die von uns undeutlich erkannt wird, ist mir der leere Raum, wenn ich so sagen darf, oder der imaginäre Raum." [16])

Von diesem Standpunkt in der Raumphilosophie aus hat Boscovich durchaus recht, indem er die Wirkungsweise der Kraftzentren nicht als eine actio in distans aufgefaßt wissen will. Eine physische Fernwirkung nämlich setzt den leeren Raum voraus; die Entfernungsverhältnisse zwischen den Kraftpunkten dagegen werden erst durch ihre Wirkungsweise gesetzt. Daher sagt Boscovich, jeder Punkt wirke eigentlich auf sich selbst und irgend ein anderer Punkt sei nur die Gelegenheit, welche Größe und Richtung der Kraft bestimmt. Die Natur eines jeden Punktes erfordere eine bestimmte Bewegung unter der Bedingung einer bestimmten Stellung irgend eines anderen Punktes. Auf diese Weise werde, meint schließlich Boscovich, jede physische Fernwirkung vermieden.[17])

Wichtig ist es nun zu sehen, wie sich Boscovich die Abhängigkeitsbeziehung des imaginären vom realen Raum denkt. Der imaginäre Raum ist ihm, wie wir sahen, vom realen Raume wesensverschieden, doch ist er von diesem auch nicht völlig unabhängig. In der Bestimmung dieses Abhängigkeitsverhältnisses des imaginären vom realen Raume weicht Boscovich stark von Wolff ab. Wolff behauptet, der Raum sei für uns dort gegeben, wo wir die Möglichkeit, die Dinge zu lokalisieren, vorfinden. Diese Möglichkeit aber, zwischen je zwei Wesen andere einzuschieben oder zu lokalisieren, wird uns nach Wolff erst in der Vorstellung gegeben, indem wir nämlich von den einfachen Wesen durch die Abstraktion ihre qualitativen Eigentümlichkeiten, die die nebeneinanderliegenden Wesen verknüpfen und dadurch jegliche Einschiebung neuer Wesen zwischen denselben unmöglich machen, wegfallen lassen. Auf diese Weise bilden wir uns, meint Wolff, wie wir im zweiten

---

[14]) Boscovich, Th. § 371. „. . . extensio oritur ex impenetrabilitate: ea sita est in eo quod aliae partes sint extra alias; id autem necessario haberi debet, si plura puncta idem spatii punctum simul occupari non possint."

[15]) Boscovich, De lege continuitatis, Nr. 72.

[16]) Boscovich, Th. § 4. S. 265: Quodlibet punctum habet modum realem existendi per quem est ibi, ubi est . . . Hi reales existendi modi sunt michi reale spatium; horum possibilitas a nobis indefinite cognita est michi spatium vacuum, ut ita dicam vacuum, sive spatium imaginarium."

[17]) Boscovich, De lumine, II. Nr. 54.

Kapitel sahen, den imaginären Raum aus. Boscovich dagegen meint, die Möglichkeit des unbegrenzten Einschiebens neuer einfacher Wasen zwischen je zwei gegebenen Wesen finde schon in der Natur ihres realen Entfernungsverhältnisses ihre Rechtfertigung. Von der Kontiguität einfacher Wesen könne nach Boscovich keine Rede sein. „Der Punkt der Materie, der ganz unteilbar und unausgedehnt ist,“ sagt wörtlich unser Philosoph, „kann unmöglich einem anderen Punkte der Materie unmittelbar benachbart (contiguum) sein: wenn sie durchaus nicht voneinander entfernt sind, dann fallen sie völlig zusammen; wenn sie dagegen durchaus nicht ineinanderfallen, dann sind sie irgendwie voneinander entfernt.“ [18]) Aus diesem Sachverhalt folgt nach Boscovich unmittelbar die Möglichkeit des uneingeschränkten Einschiebens neuer Wesen zwischen je zwei gegebenen Wesen. „Jedes endliche Intervall,“ sagt Boscovich, „ist durch Einschiebung immer neuer Punkte in Teilintervalle ins Unendliche teilbar; diese aber sind, sobald sie einmal entstanden sind, endlich und geben für weitere andere, die mit ihrer Entstehung gleichfalls begrenzt bleiben, den Raum her, so daß eine Unendlichkeit nur der Möglichkeit nach, nicht in Wirklichkeit vorhanden ist.“ [19]) Es ist also nach Boscovich die Natur der Kraftpunkte und ihrer gegenseitigen Wirkungsweise der wahre Grund dessen, daß wir uns weder eine kleinste Lücke, die nicht weiter zu verkleinern, noch eine größte, die nicht weiter zu vergrößern wäre, denken können. Wenn wir uns diese Sachlage vergegenwärtigen, wenn wir im Geiste jegliche bestimmte Grenze der Teilbarkeit und Vergrößbarkeit der Intervalle aufheben, dann bilden wir uns die Idee der Kontinuierlichkeit und Unendlichkeit des Raumes.[20]) Diese Ideen der Unendlichkeit und Kontinuierlichkeit haben aber keinen objektiven Wert; in der absoluten Wirklichkeit ist nach Boscovich alles bestimmt und endlich. Boscovich ist also ein ausgesprochener Finitist. Die Zahl der realen Punkte sowie die ihrer gegenseitigen Abstände ist endlich und bestimmt. In einem Punkte aber weicht unser Philosoph vom Finitismus ab. Er leugnet zwar „omne continuum coexistens“, die Bewegung aber ist nach ihm durchaus stetig, wenn auch real. Er sagt ausdrücklich: „Das Kontinuum erkenne ich also nur in der Bewegung an, die etwas sukzessives und nichts

[18]) Boscovich, De sp. et temp., Nr. 6: „Punctum materiae prorsus indivisibile et inextensum, alteri puncto materiae contiguum esse non potest: si nulla habent distantiam prorsus coeunt; si non coeunt penitus, distantiam aliquam habent.“

[19]) Boscovich, Th. Nr. 90: „Intervallum quodcumque divisibile utique in infinitum erit, per interpositionem aliorum atque aliorum punctorum, quae tamen singula, ubi fuerint posita, finita itidem erunt, et aliis pluribus, finitis tamen itidem, ubi existerint, locum reliquent, ut infinitum sit tantummodo in possibilibus, non autem in existentibus.“

[20]) Boscovich, Th. Nr. 143, S. 63: „Dum animum abstrahimus ab actuali existentia et in possibilium serie finitis in infinitum constante terminis mente secludimus tam minimae, quam maximae distantiae limitem, ideam nobis efformamus continuitatis, et infinitatis in spatio.“

simultanes ist, und zwar in ihr oder auch wegen ihr lasse ich das Gesetz der Kontinuität für die Körper gelten.“ [21])

Durch diese kurze Darstellung der Raumlehre Boscovichs glauben wir die historische Abhängigkeit dieser Lehre von derjenigen Wolffs festgestellt zu haben. Nunmehr wollen wir noch die Raumanschauungen derjenigen Denker berücksichtigen, auf die Boscovich einen Einfluß ausgeübt und so dem Wolffschen Finitismus zum gedeihlichen Leben verholfen hat. Bevor wir aber dazu übergehen, wollen wir noch eine wichtige Tatsache erwähnen, die nach unserer Meinung in dieser Stellungnahme Boscovichs zu Wolff ihren genügenden Erklärungsgrund findet. Es ist vielfach festgestellt worden und wir haben im zweiten Kapitel auch darauf hingewiesen, daß nämlich Kant in seiner Jugend ähnliche Gedanken in der Raumphilosophie vertreten hat wie auch Boscovich, trotzdem beide Denker einander nicht gekannt haben. Dies dürfte seinen Grund darin haben, daß Kant wie Boscovich von Wolff beeinflußt worden sind.

Nun gehen wir zu den Raumanschauungen derjenigen Denker über, die unter dem Einfluß Boscovichs gestanden haben. Das sind hauptsächlich die französischen Vertreter der einfachen Atomistik im XIX Jahrhundert. Unter diesen fand Boscovichs Gedankensystem nicht nur treue Anhänger, sondern vielmehr begeisterte Bewunderer. So ist z. B. für S. Venant das Gedankensystem unseres Philosophen „l'arrivée au but où sont tendue les grands penseurs“. Nicht so unmittelbar hat Boscovich die deutschen Vertreter der einfachen Atomistik beeinflußt. Hier scheint sich hauptsächlich Leibniz' Infinitismus geltend gemacht zu haben. Fechner sagt ausdrücklich in der zweiten Auflage seiner „Atomenlehre“, daß sein Werk schon fertig war, als er von Boscovichs Gedanken erfahren habe. Hiermit dürfte es zusammenhängen, daß die französischen Vertreter der einfachen Atomistik und deren deutschen Vertreter fast nur in der Behauptung von der Punktförmigkeit der Atome übereinstimmen, während ihre Anschauungen über den Raum und das aktuell Unendliche völlig auseinandergehen. Nach Cauchy, S. Venant und Fr. Evellin ergibt sich direkt aus der Unmöglichkeit der unendlichen Zahl die Unmöglichkeit eines Raumes, der, wie Cauchy[22]) sagt, „subsisterait par lui même, indépendement des corps, et qui . . . serait infini comme Dieu . . . et tout à la fois divisible, voire même divisible à l'infini“. Lotze und Fechner dagegen lehren sowohl die aktuelle Unendlichkeit, als auch die Realität des leeren Raumes neben der Materie. Über die Frage, ob die Zahl der Atome endlich oder unendlich sei, trifft Fechner zwar keine Entscheidung. Beide Annahmen, sagt er, seien mit Schwierigkeiten verknüpft und „ich mag nicht entscheiden“.[23]) Ganz entschieden aber

[21]) Boscovich, Th. Nr. 143, S. 65: „Continuitatem igitur agnosco in motu tantummodo, quod est successivum quid, non coexistens, in eo itidem solo, vel ex eo solo in corporeis saltem entibus legem continuitatis agnosco.“

[22]) Cauchy, Sept leçons de la phys. générale, S. 49.

[23]) Fechner, Atomenlehre, II. Aufl. 1864, S. 169.

stellt er die Möglichkeit des realen diskreten Raumes in Abrede. „Den Punkt einen einfachen Raumteil zu nennen, würde dem mathematischen Begriffe des Teiles wohl nicht entsprechen und man dadurch in Konflikt mit dem Axiom kommen, das Ganze gleich der Summe der Teile sei; denn ein ausgedehnter Raum läßt sich nicht als Summe von Punkten fassen.“[24]) Ebenso deutlich äußert sich Fechner darüber in seinem erwähnten Werk „Atomenlehre“. Da sagt er: „Der reine absolute Punkt nichts in sich unterscheiden läßt; aber eben damit auch durch Summieren oder Juxtaposition keine Linie gibt.“[25]) Es leuchtet also ein, daß nach Fechner die Ableitung des Raumes aus Punkten nichts weniger als möglich ist. Die Diskontinuität ist nach ihm nur dem Raum- und Zeitinhalt zuzuschreiben und keineswegs dem Raum und der Zeit selbst. Raum und Zeit seien das absolut Kontinuierliche, die Materie das absolut Diskontinuierliche.[26]) Noch entschiedener tritt Lotze für das aktuell Unendliche ein. Ja, den besten Ausdruck sogar, fand dieser Gegensatz zwischen den französischen und den deutschen Denkern des XIX. Jahrhunderts in ihrer Stellungnahme zu dem Unendlichkeitsproblem in der interessanten Auseinandersetzung, die seinerzeit zwischen Lotze und Renouvier über diese Frage stattfand. Anläßlich der Erscheinung von Lotzes Metaphysik schrieb Renouvier eine Kritik, die in „Critique philosophique“ erschienen war.[27]) Lotze selbst drückte sich über den Gegensatz ihrer Auffassungen des aktuell Unendlichen in seiner Antwort auf Renouviers Kritik folgendermaßen aus:[28]) „Nach ihm ist das Unendliche unmöglich, weil wir nie dazu kommen, dasselbe durch die Synthese seiner Elemente zu erreichen; nach mir dagegen kann das Unendliche, wenn es gegeben ist, seiner Natur nach durch keine Addition seiner endlichen Bestandteile erschöpft werden.“

Bevor wir unsere Darstellung fortsetzen, wollen wir noch die wichtige Tatsache erwähnen, nämlich, daß weder Cauchy noch S. Venant den realen diskreten Raum vom mathematischen trennen. Von beiden wird sozusagen die diskrete Geometrie vermutet. Die geometrischen Figuren lassen sich nach ihnen aus realen Punkten ableiten. Keiner von beiden Denkern hat jedoch versucht, die Prinzipien einer diskreten Geometrie aufzustellen. Das dürfte seinen Grund darin haben, daß sie sich mit den Schwierigkeiten, mit denen die Lehre vom diskreten Raum zu kämpfen hat, allzuleicht abgefunden haben. In der Frage nach der Möglichkeit des Auseinanderseins zweier einfacher Wesen haben sie keinen Schritt über Boscovich hinaus gemacht. Sie geben freilich zu, daß die Punkte bei der gegenseitigen Berührung zusammenfallen können. Dieses Zusammenfallen finde aber nicht statt und die

[24]) Vgl. Fechner, Fichtes Zeitschrift für Wiss. und Phil., Bd. XXXIII, S. 172.
[25]) Fechner, Atomenlehre, S. 173 und S. 136.
[26]) Fechner, Atomenlehre, S. 162.
[27]) Vgl. Critique phil., Nr. 4, 5 ff.
[28]) Vgl. Revue philosophique, Bd. XI.

Sache ist für Cauchy erledigt.[29]) Etwas zurückhaltender ist in dieser Frage S. Venant. Die Distanz zwischen zwei Punkten, die sich in keinem Raume befinden, ist ihm freilich „quelque chose de mysterieux dans son essence“. Nähme man jedoch ihre Idee einmal an, so ließe sich daraus, meint S. Venant, die ganze Geometrie ableiten.[30]) Ja sogar könne man sagen „que ce système (des diskreten Raumes) est le seul qui soit géometrique“.[31]) Wir sehen, unser Denker hatte eine deutliche Ahnung von der Möglichkeit der diskreten Geometrie, daß er aber nicht im Stande war, sie aufzubauen, das rührt, wie gesagt, davon her, weil er nicht wußte „das Mysterium“ in dem Begriffe des Auseinanderseins zweier Punkte aufzuklären.

Wir wollen nun etwas näher die Ansichten derjenigen Denker betrachten, die am deutlichsten die Spuren des Boscovichschen Einflusses aufweisen. Das sind, unserer Meinung nach, Cauchy und Fr. Evellin. Wir wollen zuerst Cauchys Lehre ins Auge fassen.

Der Raumlehre Cauchys liegt die Metaphysik Boscovichs zu Grunde. Sowohl die Ausdehnung der Materie, als auch deren Undurchdringlichkeit gehen nach ihm aus Repulsiv- bezw. Atraktivkräften, die die gegenseitigen Beziehungen der Atome oder, was dasselbe zu sagen hat, die reale Gesetzlichkeit bedingen, hervor. Wenn es dem Schöpfer des Weltalls einfallen würde, die Gesetze, denen gemäß die Atome sich gegenseitig zusammenziehen bezw. abstoßen, umzuändern, dann würde das, nach Cauchy, auch eine Änderung der räumlichen Beziehungen der Materie zur Folge haben. In jenem Falle, meint Cauchy, wäre es kein Wunder, wenn im nächsten Augenblick entweder die gegenseitige Durchdringung der härtesten Körper bezw. die ungeheure Extensität der kleinsten Partikelchen eintreten, oder vielmehr die größten Massen zu den kleinsten Volumen, ja sogar das ganze Weltall zu einem einzigen Punkte zusammenschrumpfen würde.[32])

Cauchy ist weiter, ebenso wie Boscovich, ein entschiedener Gegner des aktuell Unendlichen. Daß die unendliche Zahl unmöglich, daß in der Wirklichkeit alles der Zahl nach endlich und bestimmt sei, das läßt sich nach Cauchy zwiefach beweisen: sowohl induktiv, auf Grund der Erfahrungstatsachen, als auch deduktiv, durch die bloße Spekulation. Diese Frage sei, meint Cauchy, nicht so gleichgültig, wie das einige Physiker glauben, vielmehr hänge sie zusammen mit den Fragen „les plus élevées et les plus importantes de la veritable philosophie“. Das Resultat seiner Auseinandersetzungen über diese Frage ist folgendes: „Sowohl die geistigen, wie auch die körperlichen Wesen sind ihrer Zahl nach endlich und die Welt hat ihre Grenzen sowohl im Raum, wie auch in der Zeit.“[33]) Und wie die Endlich-

[29]) Cauchy, a. a. O. S. 43.
[30]) S. Venant, De la constitution de la matière, vgl. in Annales de Bruxelles, 1877—78, S. 28.
[31]) S. Venant, a. a. O. S. 34.
[32]) Cauchy, Sept leçons . . ., S. 39.
[33]) Cauchy, a. a. O. S. 29.

keit der Welt in Raum und Zeit, ebenso folgt aus der Unmöglichkeit der unendlichen Zahl die Einfachkeit der letzten Bestandteile der Materie, d. h. die Begrenzung der Welt nach unten. Die Atome, sagt Cauchy, die die wahren einfachen Wesen darstellen, aus denen die Materie zusammengesetzt sei, haben keine Ausdehnung. Diese Behauptung, die auf den ersten Blick paradox erscheine, sei trotzdem eine unmittelbare und notwendige Konsequenz aus dem Prinzip der Endlichkeit jeder Zahlenmenge. Denn sollte das Atom ausgedehnt sein, so wäre es teilbar, also aus Teilen zusammengesetzt, die aber ebenso teilbar wären und so in infinitum. In diesem Falle aber müßten wir die aktuell unendliche Zahl der materiellen Bestandteile voraussetzen, was jedoch unmöglich sei.

Diese Gründe, die die Ausdehnung der letzten Bestandteile unmöglich machen, sind es, die auch die Existenz des leeren Raumes zu leugnen uns zwingen. Es sei nicht richtig, daß der leere Raum die Körper enthalte und sie dadurch in ihrer Existenz bedinge; vielmehr seien die Körper es, durch die der Raum gesetzt werde. Cauchy sagt wörtlich: „Die Existenz der Körper ist es, die den Raum auf dieselbe Art und Weise realisiert, wie die Existenz irgend eines Subjekts dessen eigenes Attribut realisiere.“ [34])

Nun ist die Frage, wie findet diese Realisierung des Raumes durch die materiellen Atome statt? Cauchy gibt auf diese Frage eine Antwort, die an Klarheit nichts zu wünschen übrig läßt. Die Existenz eines Atoms, sagt er, reiche aus, um einen mathematischen Punkt zu realisieren; durch zwei nebeneinandergesetzte Atome werde, meint weiter Cauchy, sowohl die sie trennende Distanz, als auch die Richtung der sie einschließenden geraden Linie verwirklicht. Ebenso wird nach Cauchy durch drei nicht in einer geraden Linie liegenden Atome ein Dreieck gesetzt, und schließlich auch „un polygone plan et même un polyedre peuvent être completement déterminés par l'existence simultanée de plusieurs atomes qui en seraient les sommets divers“.[35]) Nach Cauchy fällt, wie wir sehen, der reale Raum mit dem mathematischen zusammen. In der Geometrie, sagt er a. a. O., handelt es sich bloß um eine besondere Betrachtungsweise des realen Raumes.

Von diesem Standpunkt aus macht Cauchy einen nennenswerten Versuch, die diskrete Gerade zu konstruieren. Je zwei nebeneinanderliegenden Atome hängen, da sie auch nach Cauchy Kraftpunkte sind, zusammen und bilden ein Ganzes, das von ihm „un couple“ genannt wird. Diese „Couples“ könnten verschiedenartig sein. Wenn uns nun gleichartige „Couples“ gegeben sind, so ließe sich aus denselben eine beliebig große gerade Linie zusammensetzen, je nach der Anzahl derselben. Diese Ableitung der geraden Linie aus Punktenpaaren denkt sich Cauchy folgendermaßen: Werden nämlich jene Punktenpaare derartig nebeneinander gelegt und miteinander verbunden, daß jedes zweite Atom eines jeden vorhergehenden Paares mit

---

[34]) Cauchy, a. a. O. S. 42.
[35]) Cauchy, a. a. O. S. 43.

dem ersten Atom des ihm nächstfolgenden Paares zusammenfalle, so werde dadurch gleichsam eine Kette gebildet, in der die Punktenpaare deren Ringe wären. Eine derartig gebildete Kette werde in dem Falle als eine gerade Linie zu betrachten sein, wenn es unmöglich sein dürfte, aus denselben Ringen eine andere Kette zusammenzusetzen „qui aboutissant aux mêmes extremités, soit absolument semblable à la première, sans coïncider avec elle“.[36])

Es bleibt uns nur noch übrig, die Raumlehre Fr. Evellins kennen zu lernen, die er in unmittelbarem Anschluß an Boscovich und Renouvier aufgestellt hat.

Was zunächst die finitistische Lehre Renouviers anbetrifft, wollen wir uns ganz kurz fassen. Wie Petronievics richtig hervorgehoben hat,[37]) ist diese Lehre gleichsam rudimentär. Renouvier erkennt die Gültigkeit des Gesetzes der Anzahl nur für die im Raume existierenden diskreten Phänomene an, während Raum, Zeit und Bewegung selbst, als abstrakte Größen betrachtet, unendliche Kontinua seien. Die Anzahl der diskreten Phänomene ist endlich und die Materie aus einfachen Elementen zusammengesetzt.

Als konsequentester Vertreter der finitistischen Lehre vom diskreten Raum ist jedoch unter den französischen Denkern Fr. Evellin zu betrachten. Das Grundprinzip der Philosophie ist nach ihm wie nach Renouvier das Gesetz der Zahl, oder, wie er sagt, das Gesetz des Endlichen. Die Begriffe: Zahl und Unendlichkeit schlössen einander aus, sagt unser Philosoph. Aus diesem Grunde müssen alle Größen im Reiche der Wirklichkeit als bestimmt und endlich angesehen werden; das Universum könne nicht anders, denn als endlich gedacht werden, meint er.[38])

Auf Grund dieses Gesetzes wird von unserem Philosoph nicht nur das unendlich Große, sondern auch das unendlich Kleine verworfen. Das Weltall muß nach ihm sowohl nach oben wie nach unten begrenzt sein. Das die Welt nach unten Begrenzende ist ihm der Begriff des einfachen, unausgedehnten Kraftpunktes. Das Merkmal der Unausgedehntheit sei rein negativ; die Elemente aber besäßen die Fähigkeit, zu reagieren und Widerstand zu leisten. Diese positive Bestimmung der realen Punkte darf jedoch nach unserem Philosoph nicht so ausgelegt werden, als ob die Kraft eine den materiellen Punkten innewohnende Eigenschaft wäre. Im Gegenteil, die Kraft, sagt Evellin, macht ihr Wesen aus; nur die Kräfte existieren: ihre lebende Energie konstituiere und erfülle das Universum.[39])

Der so gewonnene Begriff des Einfachen spielt nach Evellin die Hauptrolle in unserer Erkenntnis überhaupt: in der Mathematik nicht weniger als

---

[36]) Cauchy, a. a. O. S. 44.
[37]) Vgl. B. Petronievics, Le Finitisme, comme doctrine philosophique française du XIX[e] siècle, in „Le Monde nouveau“, avril 1920, S. 1403.
[38]) Fr. Evellin, L'infini et la quantité, 1881, S. 99 ff. und S. 39.
[39]) Fr. Evellin, a. a. O. S. 52—55.

in der Metaphysik. Ohne diesen Begriff stürzten die Grundlagen der Geometrie zusammen; mit ihm läßt sich die Metaphysik auf ebenso festen Grundlagen aufbauen, wie die Matemathik.[40])

Das Gebiet der Geometrie und das der Metaphysik müssen aber streng auseinandergehalten werden. Die Geometrie und die Mathematik überhaupt, haben zu ihrem Forschungsgebiet das Abstrakte; die Quantitäten in concreto zu erforschen und zu ergründen, ist die Aufgabe der Metaphysik. Es müssen also nach Evellin unter allen Größen die Concreta von den Abstracta unterschieden werden: der konkrete von dem abstrakten Raum, die konkrete von der abstrakten Zeit; und was vom Raum und von der Zeit gilt, das gilt auch von der Bewegung. In der Frage nach der Bewegung greift Evellin seinen Lehrer Boscovich an. Den großen Fehler habe Boscovich, meint Evellin, begangen, indem er die Materie als diskret auffaßte, trotzdem aber ließ er die materiellen Atome in einem ideellen, kontinuierlichen Raum sich bewegen. Nichts irrtümlicheres lasse sich denken, sagt Evellin. Denn der Raum „intra mentis humanae metas totum includatur", die Materie dagegen existiere außerhalb des Geistes.[41]) Es sei unmöglich, meint Evellin an einer anderen Stelle, den realen Raum, in dem die Bewegung vor sich gehe, sich als stetig zu denken. Wäre der von zwei Wettrennern zurückgelegte Raum derselben Natur, wie der ideelle Raum, so müßte Achilles darauf verzichten, die Schildkröte je einzuholen.[42])

Nun sind wir darauf gekommen, was uns bei Evellin am meisten interessiert. Es ist der Unterschied, den er in direktem Anschluß an Boscovich zwischen dem realen und imaginären Raum aufstellt. Es sei zunächst, sagt Evellin, jegliches Mißverständnis zu beseitigen. Der Raum stellt sich uns zwiefach dar: einmal als real, einmal als imaginär. Der reale Raum bedeute den Weltort (le lieu du monde); der imaginäre dagegen „le réceptacle idéal d'une foule d'autres mondes possibles". Der Raum im ersten Sinne scheine seinen Grund in den Dingen selbst zu haben; der imaginäre Raum dagegen hänge von der Natur unserer Vorstellungsfähigkeit ab. Dieser Unterschied sei, sagt Evellin, auch von anderen Denkern aufgestellt worden, ist aber so wichtig, daß er vertieft zu werden verdiene. Zu diesem Zweck stellt sich Evellin zur Aufgabe, nachzuweisen, daß der reale Raum endlich, während der imaginäre, dem subjektiven Gesetz der Einbildung gehorchend, nach Belieben vergrößert bezw. verkleinert werden könne.[43])

Um die Raumlehre unseres Philosophen richtig zu begreifen, wollen wir zuerst den Begriff des realen und dann den des imaginären Raumes etwas

---

[40]) Fr. Evellin, Quid de rebus vel corporeis vel incorporeis senserit Boscowich, S. 37: „Redundare igitur in metaphysicam necesse est claritatem hanc quam merito gloriantur mathematica. Si desit „inextensi et indivisibilis" notio, ruunt jam fundamenta geometriae: si adsit, solo spectatae firmitatis astruitur metaphysica."

[41]) F. Evellin, a. a. O. S. 83.

[42]) Fr. Evellin, L'infini et la quantité, S. 71.

[43]) Fr. Evellin, a. a. O. S 106—7 und S. 25.

näher in Erwägung ziehen. Über den realen Raum seien, meint Evellin, zwei Hypothesen aufgestellt worden: die Hypothese des Vollen und die des Leeren. Vom ersten Standpunkt aus gäbe es keinen Unterschied zwischen der Materie und ihrem Ort, im zweiten Falle dagegen wäre der Raum vielmehr als ein Netz zu denken, in dem sich die beweglichen materiellen Elementarteile verschiedenartig gruppieren. Diese zweite Hypothese, die Hypothese des Leeren nämlich, bezeichnet Evellin als viel wahrscheinlicher.[44]) Die Materie muß also nach Evellin ebenso wie auch nach Boscovich als im leeren Raum zerstreut gedacht werden: die realen materiellen Kraftpunkte seien von einander durch leere Intervalle getrennt. Diese Intervalle seien nicht stetig, ins Unendliche teilbar, behauptet Evellin in direktem Gegensatz zu Boscovich, sondern sie müssen als diskret, als aus einfachen leeren Punkten zusammengesetzt gedacht werden. Diese Intervallen können, sagt Evellin, von realen Kraftpunkten okkupiert werden; sie müssen demnach aus soviel leeren Punkten zusammengesetzt sein, wieviel reale Punkte sie in einem gegebenen Moment in sich aufnehmen können.[45]) Es sind also nach Evellin neben den realen noch irreale Raumpunkte anzunehmen. Zwischen beiden Punktenarten stellt Evellin folgende Unterschiede auf. Erstens ist die Zahl der leeren Punkte größer als die der materiellen Atome; zweitens die materiellen Atome sind oder können voneinander entfernt sein, während die leeren Raumpunkte nur als Contigua (als nebeneinanderliegend) gedacht werden können.[46]) Der dritte Unterschied zwischen beiden Punktenarten besteht nach Evellin darin, daß die leeren Punkte in ihrer Existenz von den dynamischen Kraftpunkten abhängig, durch diese gesetzt sind. In dieser Behauptung stimmt Evellin mit Boscovich völlig überein. Auch Evellin also will die leeren zwischen realen Punkten liegenden Intervallen nicht als vom leeren vor und unabhängig von den Dingen existierenden Raum herrührend aufgefaßt wissen.[47]) Evellin weicht aber stark von Boscovich durch seine Behauptung von der Möglichkeit der Kontiguität der Raumpunkte ab. Boscovich leugnet entschieden, wie wir sahen, daß zwei Punkte sich berühren können, ohne ineinanderzufallen. Evellin dagegen meint, die Möglichkeit des sich Berührens zweier ireeller Punkte folge unmittelbar aus ihrem Abhängigkeitsverhältnis von den realen Punkten.[48]) Ein Paar solcher sich berührender Raumpunkte bildet nach Evellin die Maßeinheit des Raumes. Je zwei solche Punkte bilden also ein „Couple", das teilbar, also, meint Evellin, ausgedehnt sein müsse. Ein solches Punktenpaar sei eine bestimmte Größe. Man könnte hinzufügen, es sei das Minimum der möglichen Ausdehnung. Die Maßeinheit

---

[44]) Fr. Evellin, a. a. O. S. 107—8.

[45]) Fr. Evellin a. a. O. S. 67.

[46]) Fr. Evellin, a. a. O. S. 67.

[47]) Fr. Evellin, a. a. O. S. 86, Anm. 2 zu dieser Seite.

[48]) Fr. Evellin, a. a. O. S. 68—69.

also, deren die Wissenschaft entbehre und immer entbehren werde, existiere in der Natur.[49])

Gehen wir nun über zur Betrachtung des imaginären Raumes, der nach Evellin die Grundlage der Geometrie bildet.

Jede mathematische Größe, mag es sich dabei um Raum, oder Zeit, oder Bewegung handeln, ist abstrakt, und als solche ist sie undeterminiert und kontinuierlich. Es sei nun die Frage, ob die Kontinuität, die ihr zugehöre, eine ablolute sei oder nicht. Evellins Antwort auf diese Frage lautet dahin, daß es sich auch in der Geometrie um eine Pseudokontinuierlichkeit bezw. Unendlichkeit handle. In der Geometrie wird die Unbestimmbarkeit der Zahl der die geometrischen Raumgebilde zusammensetzenden Punkte durch die Kontinuierlichkeit symbolisiert. In der Tat seien auch die geometrischen Raumgebilde ohne punktuellen Bestandteile undenkbar. „Nur unsere Phantasie sträubt sich," sagt Evellin, „gegen die Behauptung, die gerade Linie habe ihren Ursprung in den Elementen, die keine Länge besitzen. Für den Verstand dagegen, der einzig und allein im Stande ist, darüber zu entscheiden, ist jede andere Entstehungsweise der Geraden unmöglich. Die Linie könnte man unmöglich wiederum aus Linien wiederherstellen, mögen diese auch noch so winzig gedacht werden; das hieße in der Tat die Linie voraussetzen; noch weniger könnte man aber sie aus Nichts erschaffen. Es bleibt also nur die Möglichkeit übrig, die Linie aus dem Begriffe des einfachen Punktes abzuleiten. Wenn nun schon in der Natur zwei nebeneinanderliegende metaphysische Punkte ein Minimum der Länge hervorbringen, warum sollte es nicht möglich sein, dieselbe Möglichkeit in die Wissenschaft einzuführen, und zwar unter der Reserve und mit ausdrücklicher Einschränkung, daß die Zahl der so nebeneinandergelegten Punkte sich unserer Kenntnis entziehe." [50]) Der mathematische, imaginäre Raum ist nach Evellin aus Punkten zusammengesetzt, die ihn zusammensetzenden Punkte aber dürfen nicht als nebeneinanderliegend (als Contigua) gedacht werden. Zwischen je zwei distinkten Punkten müsse in der Geometrie eine unbestimmt große Anzahl ebensolcher Punkte angenommen werden: nur unter der Bedingung können in der Geometrie die zwei Punkte als distinkt begriffen werden. Evellin spricht sich darüber folgendermaßen aus: „Wenn in der Mathematik zwei Punkte als distinkt aufgefaßt werden sollen, so müssen sie durch ein Intervall voneinander getrennt sein; das Intervall ist unbestimmt. Das will sagen: entre deux points distincts vous ne pouvez faire qu'une hypothèse conform à la science, celle d'un nombre indeterminé de points semblables." [51]) Beide Räume sind also nach Evellin diskret: der reale Raum ist aber aus nebeneinanderliegenden Punkten zusammengesetzt; im imaginären Raume dagegen sind je zwei Punkte durch andere ebensolche Punkte getrennt. Der

[49]) Fr. Evellin, a. a. O. S. 103—4.
[50]) Fr. Evellin, a. a. O. S. 130.
[51]) Fr. Evellin, a. a. O. S. 133.

reale Raum ist, so könnten wir mit Petronievics sagen, ein konsekutives, der imaginäre ein inkonsekutives Diskretum.

Zum Schluß dieses Kapitels wollen wir nur noch Evellins Stellungnahme zur kritischen Philosophie Kants erwähnen. Kant soll nach unserem Philosophen den groben Fehler begangen haben, daß er die beiden von Grund aus verschiedenen Gesichtspunkte in der Raumphilosophie verwechselt hat. Hätte Kant den Unterschied zwischen dem realen und imaginären Raum eingesehen, so hätte er die mathematischen Antinomien unmöglich aufgestellt; diese gingen nur aus einem Mißverständnis hervor, meint Evellin. Der Standpunkt, den Kant in den Thesen einnimmt, sei grundverschieden vom Standpunkte der Antithesen. In jenen habe man den realen, in diesen dagegen den imaginären Größenbegriff zu seinem Untersuchungsobjekt.[52])

Evellin hat zwar Recht, daß auf dem Wege der kritischen Philosophie Kants das Problem der objektiven Gültigkeit der Geometrie nicht zu suchen sei. Wenn man aber in der Raumphilosophie beim Wolffschen Dualismus sein Bewenden finden läßt, wie das Evellin tut, so ist es ein Beweis dafür, daß man für das Wunder der objektiven Gültigkeit der Geometrie kein richtiges Gefühl hat. Um dieses Wunder aufzuklären, bleiben uns nur noch zwei Wege übrig: entweder der von Berkeley und neulich von Petronievics eingeschlagene oder derjenige, der von Herbart betreten wurde, worüber uns die folgenden drei Kapitel zu belehren haben werden.

---

[52]) Evellin, a. a. O. S. 203.

IV. Kapitel.

Die Lehre vom diskreten Raum in der englischen Philosophie.

Die Raumlehren, die wir in den vorhergehenden Kapiteln dargestellt haben, sind dualistisch: neben dem realen, diskreten wird ein imaginärer, kontinuierlicher Raum angenommen. Die Philosophen, mit deren Raumanschauungen wir in diesem und in den folgenden Kapiteln zu tun haben werden, sind alle von einer monistischen Tendenz beseelt. Sowohl Berkeley und Hume, wie auch Herbart und neulich Petronievics verfolgen in ihren Raumtheorien das Ziel, den Dualismus in der Raumphilosophie zu überwinden. Die Wege aber, die unsere Philosophen dazu einschlagen, sind einander ganz entgegengesetzt. Berkeley und Hume leugnen die Möglichkeit des mathematischen Raumes und wollen der Geometrie die Idee des diskreten realen Raumes zu Grunde legen; Herbart dagegen stellt die Möglichkeit des diskreten realen Raumes in Abrede und sucht, die Kontinuierlichkeit des Raumes durch den Nachweis des notwendigen Überganges „des Starren" ins Kontinuierliche aufrechtzuerhalten. Petronievics wandert die Wege Berkeleys und Humes und will eine neue diskrete Geometrie auf der Grundlage des diskreten realen Raumes aufbauen.

In diesem Kapitel wollen wir nun die Ansichten Berkeleys und Humes kennen lernen. Ihre Raumphilosophie steht aber in engstem Zusammenhang mit ihrem allgemeinen erkenntnistheoretischen Standpunkt, der sich wiederum in folgenden zwei Grundsätzen kurz zusammenfassen läßt: 1. das unmittelbar Gegebene, der Inbegriff unserer Bewußtseinsinhalte, ist, wenn auch subjektiv, d. h. in seiner Existenz ganz und gar vom bewußten Subjekt abhängig, jedoch als real, ja als einzig mögliche Realität anzusehen, 2. unsere Vorstellungen oder unsere Gedanken, was nach Berkeley und Hume eins und dasselbe ist, können, da sie nur in ihrer Intensität abgeschwächte Reproduktionen der sinnlichen Eindrücke darstellen, nichts mehr als diese selbst enthalten. Jener erste Gedanke, der Gedanke nämlich von der absoluten Realität der Bewußtseinsinhalte, findet sich besonders deutlich in Berkeleys Dialogen ausgesprochen. Berkeley sagt, bzw. Philonous spricht zu Hylas: „Wir stimmen also beide darin überein, daß wir nur sinnliche

Formen wahrnehmen, gehen aber darin auseinander, daß du sie zu leeren Erscheinungen machen willst, ich zu wirklichen Wesen. Kurz, du traust deinen Sinnen nicht, ich tue es.“ Und ebenso deutlich findet sich das Prinzip der absoluten Realität des Bewußtseinsinhaltes in folgenden Worten zum Ausdruck gebracht: „Ich will nicht,“ erwidert Philonous, „Dinge in Vorstellungen verwandeln, sondern Vorstellungen in Dinge. Denn jene unmittelbaren Gegenstände der Wahrnehmung, welche nach dir nur Erscheinungen der Dinge sind, nehme ich für die wirklichen Dinge selbst.“ [1]) Aus diesen Worten unseres Philosophen geht also deutlich hervor, daß er die Bewußtseinsinhalte zwar als subjektiv, trotzdem aber als absolut real aufgefaßt wissen will. Diese Auffassung des unmittelbar Gegebenen teilt auch Hume. Den zweiten erkenntnistheoretischen Grundsatz unserer Philosophen finden wir besonders deutlich bei ihm ausgesprochen. Er sagt: „Keine Entdeckung konnte der Entscheidung der Streitigkeiten über unsere Vorstellungen dienlicher sein, als ...., daß den Vorstellungen stets Eindrücke vorangehen und daß jede Vorstellung, die in der Einbildungskraft auftritt, uns vorher in Gestalt des entsprechenden Eindruckes gegenwärtig gewesen sein muß.“ [2])

Am Lichte dieser erkenntnistheoretischen Grundsätze unserer Philosophen wird uns sowohl der negative, kritische Teil ihrer Raumphilosophie, als auch deren positive Seite verständlich. Wir wollen dies zuerst an Berkeley zeigen.

Berkeley leugnet entschieden sowohl die Möglichkeit des leeren, absoluten Raumes im Sinne der alten Atomistik, als auch den Begriff des abstrakten, imaginären Raumes. Das erste hängt mit seinem Idealismus zusammen. Ist das unmittelbar Gegebene nicht nur real, sondern stellt es vielmehr einzig mögliche Realität dar, so muß die Möglichkeit irgend eines Außendinges, also auch des leeren Raumes geleugnet werden. Berkeley sagt: „Daß der leere Raum nicht außerhalb des Geistes existieren kann ist klar vermöge derselben Prinzipien welche das Gleiche von allen anderen Sinnesobjekten beweisen.“ [3]) Berkeley hält weiter die Lehre vom absoluten

[1]) Berkeley, Drei Dialoge, übersetzt von P. Richter, Leipzig, 1901, S. 107. Dieses wichtige Prinzip der Berkeleyschen Erkenntnislehre ist leider vielfach mißverstanden und übersehen worden. Kein geringerer als Kant hat es übersehen. Kant sagt an einer Stelle: „Berkeley hätte die Körper zu bloßem Schein herabgesetzt.“ — Vgl. Kr. d. r. V., Kehrbachs Ausg., S. 74. — Kant also glaubt, Berkeley hätte die Scheinbarkeit den Bewußtseinsinhalten zugeschrieben, was offenbar nicht richtig ist. Es handelt sich dagegen um ein Mißverständnis, wenn man sich durch derartige Äußerungen Berkeleys, in denen nur das Prinzip der absoluten Realität der Bewußtseinsinhalte enthalten ist, berechtigt glaubt zu behaupten, Berkeley hätte die Existenz der Außenwelt nicht geleugnet, wie das Simon Collyns tat. Vgl. darüber „Kritische Darstellung der Lehren Berkeleys über Mathematik und Naturwissenschaften“, von Friedrich Claussen, Halle, 1899, S. 7.

[2]) Hume, Über den Verstand, übersetzt von Th. Lipps, II. Aufl., 1904, S 50.

[3]) Berkeley, Abhandlung über die Prinz. der m. Erkenntnis, S. 83, Nr. CXVI.

Raum als gefährlich für die Gottesexistenz. „Es ist,“ sagt er, „eine große Gefahr, die Existenz des Raumes außerhalb des Geistes anzuerkennen. Denn in dem Falle müßte man anerkennen, daß der Raum unendlich, unbeweglich und ewig sei, und das hieße entweder Gott zu einem ausgedehnten Wesen machen (das aber finde ich gefährlich) oder daß der Raum neben Gott ein ewiges, unbewegliches und unendliches Wesen konstituiere.“ [4]) An einer anderen Stelle dagegen glaubt Berkeley den leeren Raum hinsichtlich der Attribute, die ihm beigelegt werden, gleich Nichts setzen zu dürfen. Die Prädikate des leeren Raumes, wie etwa unendlich, unbeweglich, unteilbar seien rein negativ, die demnach auch dem Nichts zugeschrieben werden können, und daraus folgt „absoluter Raum = Nichts, d. h. er existiert nicht.“ [5])

Aus dem zweiten oben angeführten erkenntnistheoretischen Prinzip unserer Philosophen ergibt sich die Unmöglichkeit des abstrakten, imaginären Raumes, bzw. die Unmöglichkeit der abstrakten allgemeinen Ideen überhaupt. Die Lehre von abstrakten allgemeinen Ideen sei nach Berkeley die Quelle vieler Irrtümer in der Philosophie. Es müsse also die Annahme eines abstrakten Raumes verworfen werden. Unter abstrakter Ausdehnung verstehe man eine solche Ausdehnung, die von allen sinnlichen Qualitäten befreit wäre. „Nun stelle ich fest,“ sagt Berkeley, „daß solch eine abstrakte Idee, wie die, von der eben gesprochen worden ist, von mir weder perzipiert, noch vorgestellt, noch irgendwie in meinem Geiste gebildet werden kann.“ [6]) Die abstrakte Ausdehnung könne unmöglich der Geometrie zu Grunde liegen, wie man dies gewöhnlich meint, sagt unser Philosoph. Die Geometrie beschäftige sich mit Figuren. Diese seien aber Begrenzungen von Größen. Da aber abstrakte Ausdehnung keine Gestalt haben könne, so könne sie offenbar unmöglich Gegenstand der Geometrie sein.[7])

Es kann nach Berkeley nur von unmittelbar gegebenem sinnlichem Raum die Rede sein. Berkeley sagt: „Der Raum ist eine Empfindung, infolgedessen kann er nicht außerhalb des Geistes existieren.“ [8]) Der sinnliche Raum aber kann unmöglich unendlich teilbar sein. Denn fallen p e r c i p i und e s s e der Bewußtseinsinhalte zusammen, dann versteht sich von selbst, daß eine unsichtbare Perzeption eine contradictio in adjecto sei.[9]) Es leuchtet demnach ein, daß auch das unendlich Kleine, das kleiner als „minimum sensible“, d. h. als die kleinste mögliche punktuelle Perception

[4]) Berkeley, Le journal philosophique, Commonplace Book. 1908. (Etud et traduit par R. Gourg) S. 151, Nr. 782. Im Zusammenhang damit vgl. S. 149, Nr. 762, und Berkeleys Abhandlung über die Pr. d. m. Erkenntnis, Nr. CXVII, S. 84.

[5]) Berkeley, De motu, S 53 und 56.

[6]) Berkeley, Versuch einer neuen Theorie der Gesichtswahrnehmung (übersetzt von R. Schmidt), S. 73, Nr. 122, 123 und 124.

[7]) A. a. O. Nr. 124.

[8]) Berkeley, Comm. Book, S. 131, Nr. 512.

[9]) Berkeley, a. a O. S 156, Nr. 842.

wäre, ebenfalls einen Widerspruch in sich darstellt und daß es demnach ohne Einschränkung verworfen werden müsse. Die sichtbare Empfindungsmaterie ist also diskret, d. h. sie ist aus unteilbaren minima sensibilia zusammengesetzt. „Die sichtbare Materie," sagt Berkeley, „kann nicht aus demjenigen zusammengesetzt sein, was nicht sichtbar ist . . . Ich behaupte nur, dasjenige, was nicht sichtbar ist, existiere nicht, es enthalte einen Widerspruch in sich." [10]) Der Raum sei demnach nichts weiter als eine Kollektion der koexistierenden Minimima und könne als solcher unmöglich außerhalb eines percipierenden Geistes existieren. Daher sei auch die Linie oder die Entfernung zwischen zwei Punkten nichts weiter, als die Anzahl der zwischen denselben bestehenden Punkten.[11]) Das Messen der geometrischen Figuren soll demgemäß im Abzählen der sie zusammensetzenden punktuellen minima bestehen; zwei Figuren seien nur dann miteinander gleich, wenn in beiden dieselbe Anzahl von Punkten enthalten ist. Die Annahme des unendlich Kleinen wie die des unendlich Großen müssen nach Berkeley verworfen werden. „Die Idee, die wir den Raum nennen, sagt Berkeley, ist in keiner Hinsicht unendlich: sie ist weder unendlich groß noch unendlich klein." [12]) Die absurde Lehre der Mathematiker von der unendlichen Teilbarkeit des Raumes habe ihren Ursprung teils in der Lehre von abstrakten allgemeinen Ideen, teils in der Annahme der Außendinge. Berkeley sagt darüber folgendes: „Wer das Vorurteil hegt, daß abstrakte allgemeine Ideen existieren, der kann auch die Annahme billigen, daß (was auch immer von den sinnlichen Ideen gelten möge) die Ausdehnung in abstracto ins Unendliche teilbar sei, und wer dafür hält, daß die Sinnesobjekte außerhalb des Geistes existieren, wird vielleicht auf Grund hiervon zu dem Zugeständnis gebracht werden, daß eine Linie, die nur einen Zoll lang ist, unzählig viele Teile enthalten könne, welche wirklich existieren, obwohl sie zu klein seien, um unterschieden zu werden." [13]) Da aber sowohl die Lehre von abstrakten Ideen, als auch die Annahme der Außenwelt unrichtig sind, so fällt jeglicher Grund weg, an der absurden Lehre von der unendlichen Teilbarkeit festzuhalten.

Auf diese Weise ist unser Philosoph zum Resultat gekommen, der reale Raum sei endlich und diskret, d. h. aus endlicher Anzahl einfacher unteilbarer Teile zusammengesetzt. Aber das ist auch alles, was wir bei Berkeley finden. Die Schwierigkeiten dagegen, mit denen eine Lehre vom diskreten realen Raum zu kämpfen hat, sind von Berkeley kaum beachtet, geschweige denn aufgehoben worden. Streng genommen lag es Berkeley auch nicht so sehr an der systematischen Durchführung seiner Raumlehre; im Mittelpunkte seines Interesses stand vielmehr die Kritik der der Geometrie zu Grunde

[10]) Berkeley, a. a. O. S. 92—3, Nr. 67.
[11]) Berkeley, a. a. O. S. 151, Nr. 778, S. 90, Nr. 49. Und Versuch einer neuen Theorie der Gesichtswahrnehmung. Nr. 112.
[12]) Berkeley, Comm. Book, Nr. 564, S. 134
[13]) Berkeley, Abhandlung über d. Pr. d. m. E., CXXV, 90. Vgl. damit im Zusammenhang Comm. Book, Nr. 837, 519, 50.

liegenden Annahmen. Berkeley wollte nicht die Geometrie ergründen, als sie in ihren Grundlagen erschüttern. Berkeley macht kein Hehl aus seiner feindlichen Gesinnung gegen die Mathematik. Dies hängt zusammen mit dem überwiegend theologischen Charakter seines philosophischen Interesses. So läßt sich also verstehen, daß im Vordergrunde Berkeleyscher Raumphilosophie seine Kritik der Geometrie und nicht seine positive Raumlehre steht. Nur in gelegentlichen Äußerungen finden wir sozusagen Ansätze zu einer Lehre vom diskreten Raum. Die wichtigsten Fragen dagegen, die ein Vertreter der Lehre vom diskreten Raum beantworten muß, stellt Berkeley zwar auf, gibt aber keine befriedigende Antwort auf sie. So wirft er an einer Stelle die Frage auf, ob der letzte Bestandteil des Raumes ausgedehnt sei oder nicht?[14]) Direkte Antwort auf diese Frage finden wir bei ihm nicht. Er sucht zwar an derselben Stelle zu beweisen, daß die minima sensibilia unmöglich der Größe nach verschieden sein können,[15]) weil sie keine Teile haben, aber schon die Tatsache, daß Berkeley die Frage aufstellen konnte, ob die minima sensibilia verschieden groß sein können, zeugt davon, daß er über den Begriff des Minimum nicht im klaren war. Es ist nämlich absurd, die größenlosen minima hinsichtlich ihrer Größe miteinander zu vergleichen, wie das Berkeley tut. Noch eine andere wichtige Frage, von deren Beantwortung die Möglichkeit des diskreten Raumes abhängt, läßt unser Philosoph unbeantwortet. Es handelt sich um die Frage der Inkommensurabilität der Diagonale des Quadrats und seiner Seite. Er sagt an einer Stelle: „Die Diagonale und die Seite sind miteinander inkommensurable; es ist zu untersuchen, wie das in meinem System möglich sei." [16]) Trotzdem aber hat sich Berkeley keine Mühe gegeben, auf diese Frage zurückzukommen und sie zu beantworten zu versuchen, und doch hätte er das als Vertreter der Lehre vom diskreten Raume nicht unterlassen dürfen.

Die Idee des diskreten Raumes hat also, wie wir sehen, von Berkeley keine Förderung erfahren. Wir vermissen bei ihm jenes tiefe Verständnis für das Problem des diskreten Raumes, das wir bei Wolff und seinen Schülern fanden. Ja sogar einige der älteren Vertreter dieser Lehre, wie etwa Lubin und G. Bruno, sind ihm in dieser Hinsicht überlegen. Dies gilt, wie wir sehen werden, auch von Hume.

Zum Schluß wollen wir noch die Meinung Berkeleys über die Beziehungen des Tast- zu dem Gesichtsraum hervorheben. Diese beiden Räume seien nach Berkeley ganz heterogen, d. h. deren letzten Elemente sind miteinander unsummierbar. Daher können wir, meint er, nur eine Distanz zwischen je zwei sichtbaren, bezw. je zwei tastbaren Punkten verstehen. Im ersten Falle werde diese Distanz durch die Anzahl der dazwischenliegenden sichtbaren und im zweiten durch die der dazwischenliegenden tastbaren

[14]) Berkeley, Comm. Book, Nr. 765, S. 149.
[15]) A. a. O. Nr. 768, S. 150.
[16]) Berkeley, a. a. O Nr. 522, S. 131.

Punkte angegeben. Eine Distanz dagegen zwischen einem sichtbaren und einem tastbaren Punkte sei für uns völlig unbegreiflich. „Wenn es sich um einen tastbaren und um einen sichtbaren Punkt handelt, dann besteht die Entfernung zwischen ihnen weder aus Sehminimen noch auch Tastminimen. d. h., sie ist etwas völlig unbegreifliches.“ [17]) Berkeley sagt an einer Stelle, daß wir keine klare Vorstellung von den den Raum bildenden Elementen haben; das habe, meint er, darin seinen Grund, daß uns diese Raumelemente weder Lust noch Schmerz bereiten und daher unsere Aufmerksamkeit nicht erregen.[18]) Dieser psychologische Grund aber kann augenscheinlich Berkeley nicht entschuldigen, daß er den Begriff des Raumelements nicht streng genug definiert hat.

Systematischer und eingehender hatte sich mit diesen Fragen Hume beschäftigt. Nun wollen wir zu seinen Ansichten über den Raum übergehen. In seinem schon erwähnten Werke „Traktat über die menschliche Natur“ hatte sich Hume zur Aufgabe gestellt, die oben dargestellte Auffassung des Raumes eingehend zu begründen. Was positive Bestimmungen des räumlichen Diskretums anbetrifft, so hatte Hume in dieser Hinsicht keinen Fortschritt über Berkeley hinaus gemacht. Daher wollen wir uns in der Darstellung seiner Gedanken ganz kurz fassen.

Der Raum ist für Hume ebenso wie für Berkeley nichts weiter, als eine Kollektion der koexistierenden sichtbaren bezw. tastbaren elementaren Vorstellungen. Doch ist die Humesche Definition des Raumes viel richtiger als diejenige Berkeleys. Der Raum ist nach ihm nicht ein bloßer Haufen von Punkten, sondern eine bestimmte Anordnung derselben macht das Hauptmerkmal des diskreten Raumes aus.[19])

Daß diese elementaren Vorstellungen oder Bilder, diese „minima sensibilia“, keine Ausdehnung besitzen, d. h. daß sie punktförmig sein müssen, geht nach Hume aus der Unmöglichkeit der unendlichen Teilbarkeit ohne weiteres hervor.

„Es leuchtet, sagt Hume, ein, daß alles, was ins Endlose geteilt werden kann, aus einer unendlichen Anzahl von Teilen bestehen muß; daß es unmöglich ist, der Zahl der Teile eine Grenze zu setzen, ohne zu gleicher Zeit die Teilung selbst begrenzt zu denken. Wir bedürfen kaum eines eigentlichen Schlusses, um von hier aus zu der Einsicht zu gelangen, daß die Vorstellung, die wir uns von einer endlichen Qualität machen, nicht unendlich teilbar sein kann, daß wir vielmehr diese Vorstellung durch geeignete Unterscheidungen und Trennungen auf Elemente müssen zurückführen können, die vollkommen einfach und unteilbar sind.“ [20])

[17]) Berkeley, Versuch einer neuen Theorie der Gesichtswahrnehmung. Im Zusammenhange damit vgl. Comm. Book, Nr. 788, S. 151.
[18]) Berkeley, Comm. Book, Nr. 816, S. 154.
[19]) Hume, Traktat über die menschliche Natur, Übersetzung von Th. Lipps, II. Aufl. 1904, S 74.
[20]) Hume, a. a. O. S. 41—2.

Jedenfalls haben wir von den Raumelementen keine ganz klare Vorstellung, nichtsdestoweniger läßt sich aber ihre Existenz ganz sicher feststellen. Hume sucht nun die Existenz der punktförmigen Raumelemente sowohl in der Einbildung wie auch in der Sinneswahrnehmung nachzuweisen. „Wenn man mir,“ sagt Hume, „von dem tausendsten oder dem zehntausendsten Teil eines Sandkornes spricht, so habe ich eine bestimmte Vorstellung von diesen Zahlen und ihren verschiedenen Verhältnissen, aber die Bilder, welche ich mir in meinem Geist mache, um mir jene Gegenstände selbst zu vergegenwärtigen, sind um nichts voneinander verschieden, noch sind sie kleiner als das Bild, durch welches ich mir das Sandkorn selbst vergegenwärtige, das doch jene Teile an Größe so weit überragen soll.“ [21])

Ähnlich steht es nach Hume auch mit den Eindrücken der Sinne. Wenn wir einen Tintenfleck auf einem weißen Papier mit den Augen fixieren und uns langsam von ihm entfernen, so wird, sagt Hume, ein Augenblick eintreten, wo der Fleck für uns unsichtbar wird; es sei nun klar, daß das Bild des Fleckes im Augenblick vor seinem Verschwinden vollkommen unteilbar gewesen sein müsse.[22])

Hume führt für die Diskretheit des sinnlichen Raumes auch andere „demonstrative“ Gründe an. Es unterliege keinem Zweifel, meint er, daß es einen Raum gäbe; ebenso leuchte ein, daß der unmittelbar gegebene Raum unmöglich aus unendlich vielen Teilen bestehen könne, sonst wäre er ja unendlich groß; stehe nun einmal fest, daß der Raum aus Punkten zusammengesetzt sein könne, so könne man nicht umhin, anzuerkennen, daß der Raum aus Punkten zusammengesetzt sein müsse.[23])

Auch auf dem Wege der indirekten Begründung sucht Hume die Richtigkeit der Lehre vom diskreten Raume zu beweisen. Es verdient hervorgehoben zu werden, wie Hume die gegen die Möglichkeit des diskreten Raumes erhobenen Einwände zu entkräften sucht, zumal seine diesbezügliche Verfahrungsweise ziemlich an Wolff erinnert, wenn es auch zweifelhaft erscheint, daß er irgendwie von Wolff beeinflußt worden wäre. Alle Einwände, die man gegen die Annahme des diskreten Raumes aufgebracht hat, seien nach Hume nichts weiter als „reine scholastische Spitzfindigkeiten“, und als solche der Beachtung unseres Philosophen unwert;[24]) trotzdem aber sucht Hume in etwas längeren Ausführungen als man sonst derartigen „Spitzfindigkeiten“ zu widmen pflegt, dieselben zu beseitigen. Wenn man behauptet, führt Hume aus, aus den mathematischen Punkten könne nicht etwas wirklich Seiendes entstehen, weil ein mathematischer Punkt ganz und gar nichtseiend wäre, so trifft dies nach Hume zu; aber zwischen der Wesenlosigkeit des mathematischen Punktes und der unendlichen Teilbarkeit gibt

[21]) A. a. O. S. 42
[22]) A. a. O. S. 42.
[23]) A a. O. S. 57.
[24]) A. a. O. S. 49

es nach ihm ein Mittleres, und dies ist der mit Inhalt erfüllte qualitative Empfindungspunkt.[25]) Wenn wir uns an dieser Stelle der Beweisführung Wolffs und seiner Nachfolger gegen die „zenonistische Raumlehre" erinnern, so fällt die Analogie ohne weiteres auf.

Die Art und Weise nun, wie Hume den Beweis des notwendigen Ineinanderfallens der punktuellen minima bei ihrer gegenseitigen Berührung aufzuheben vermeint, zeigt am deutlichsten, wie wenig Verständnis er dem Problem des diskreten Raumes entgegenbrachte. Hume will sich bei dieser Schwierigkeit mit einer „richtigen" Theorie der Durchdringung helfen. Die zwei realen Punkte brauchen nach dieser „richtigen" Theorie der Durchdringung nicht ineinander aufzugehen; denn von zwei Punkten, von denen einer gelb, der andere rot wäre, könnte unmöglich gesagt werden, welcher von den beiden in dem anderen aufginge; beide Punkte müssen vielmehr erhalten bleiben, und in ihrem Zusammensein ein Etwas bilden, das nun im Unterschied von seinen einfachen Bestandteilen teilbar sein müßte.[26])

Diese Beweisführung Humes könnte mit vollem Recht als eine „sophistische Spitzfindigkeit" bezeichnet werden. Es kommt vor allem gar nicht darauf an, ob die ineinanderfallenden Minima verschwinden oder erhalten bleiben werden; von den Gegnern des räumlichen Diskretums wird kein Verschmelzen der sich berührenden Punkte behauptet, sondern nur ihr Ineinanderfallen. Wer also die Möglichkeit des räumlichen Diskretums nachweisen will, der muß zeigen, wie die sich berührenden Minima nebenund doch außereinander sein können. Denn zwei Minima können bei ihrem Ineinanderfallen ganz gut erhalten bleiben und in ihrem Zusammensein ein teilbares Ganzes bilden. Dieses Ganze wird offenbar teilbar sein, die Frage ist aber, ob es ausgedehnt sein wird, und dies Letztere ist es, was die Gegner des räumlichen Diskretums leugnen. Der Raum ist doch nicht ausgedehnt, weil er teilbar ist, sondern umgekehrt: er ist teilbar, weil er ausgedehnt ist.

Der Humesche Versuch, die Schwierigkeiten, mit denen die Lehre vom diskreten Raum zu kämpfen hat, aufzuheben, ist offenbar gescheitert. Hume selber war sich dessen bewußt, was aus seinen folgenden Worten erhellt. „Was der Hauptsache nach," sagt er, „die Veranlassung zu diesen Einwänden gibt und es zu gleicher Zeit so schwierig macht, eine befriedigende Antwort auf sie zu geben, ist die natürliche Unsicherheit und Unstetigkeit sowohl unserer Einbildungskraft als unserer Sinne, sobald dieselben auf so kleine Gegenstände gerichtet sind." [27])

Darin besteht in der Hauptsache die Humesche Lehre vom diskreten Raum. Zum Schluß wollen wir noch bemerken, daß sowohl nach Berkeley wie auch nach Hume nur zwei heterogene Empfindungsräume in der un-

[25]) A. a. O. S. 58.
[26]) A. a. O. S 59
[27]) A. a. O. S. 60.

mittelbaren Erfahrung existieren: Gesichts- und Tastraum. Den Empfindungen anderer Sinne kommt keine Ausdehnung zu. Das trifft nach dem gegenwärtigen Stand der Psychologie nicht zu. Stumpf u. a. schreibt nicht nur den Gehörsempfindungen, sondern auch unseren höheren Gefühlen eine Extensität zu. Da aber solchen Bewußtseinsinhalten zwar eine Extensität, aber keine bestimmte Gestalt angehört, so wird es sich dabei offenbar um eine scheinbare Ausdehnung handeln, die ihren Grund in der Beziehung solcher an und für sich unausgedehnten Empfindungen zu den ausgedehnten Gesichts- bzw. Tastempfindungen haben dürfte, wie das Petronievics lehrt.[28])

Nun wollen wir zwischen Berkeley-Humescher Raumlehre und derjenigen Wolffs und seiner Nachfolger einen Vergleich aufstellen. Trotz aller Verschiedenheit ihrer Raumlehren fallen uns offenbar gewisse Berührungspunkte beider auf. Es mag also von Interesse sein, auf diese Berührungspunkte hinzuweisen.

Ebenso wie Wolff und seine Nachfolger fassen, wie wir sahen, auch Berkeley und Hume den realen Raum als diskret auf. Jene wie diese Denker bestreiten die Möglichkeit, den diskreten Raum aus leeren, nichtseienden, oder, wie sie sie des öfteren nannten, mathematischen Punkten zusammenzusetzen. Nur aus realen, mit Inhalt erfüllten Punkten lasse sich der diskrete Raum ableiten. Darin stimmen unsere Denker überein. Beide Gruppen von Denkern aber gehen in der Frage auseinander, was unter dem realen Raum zu verstehen sei. Wolff und seine Nachfolger verstehen unter dem realen Raum die Ausdehnung der Außendinge, während Berkeley und Hume den Empfindungsraum als realen Raum behandeln. Vom erkenntnistheoritischen Standpunkt aus ist die Berkeley-Humesche Auffassung viel richtiger, da sich gegenwärtig, wo die Frage nach der Existenz der Außenwelt den Philosophen so viel zu schaffen gibt und von einigen sogar nicht nur für unlösbar, sondern sogar für unverständlich erklärt wird,[29]) nicht so ohne weiteres vom Raume der Außenwelt und von den den Raum zusammensetzenden Naturelementen reden läßt. Erst vom Berkeleyschen Standpunkt aus läßt sich der Versuch machen, die Annahme der Außenwelt zu rechtfertigen und die Konstruktion des diskreten, aus Naturelementen bestehenden Raumes durchzuführen. Darin besteht die Wichtigkeit des Berkeleyschen Prinzips von der absoluten Realität der Bewußtseinsinhalte, wie wir dies im Anfang dieses Kapitels betont hatten.

In einer Hinsicht dagegen steht die Wolff-Boscovichsche Raumlehre unvergleichlich höher als die Berkeley-Humesche. Wolff und seine Nach-

[28]) Über die Ausdehnung der Gehörsempfindungen, vgl. Stumpfs Tonpsychologie, Bd. II, S. 68. Über die Ausdehnung der Gefühle, vgl Stumpfs Abhandlung „Über Gefühlsempfindungen" in der Zeitschrift für Psychologie, 1907, Abt I, S. 13—14. Über Petronievics' Erklärung der scheinbaren Ausdehnung, vgl. dessen „Prinzipien der Metaphysik", Abt. II, S. 104 und 106.

[29]) Vgl. Poincaré, La valeur de la sience, S. 267.

folger stellen ganz mit Recht die Forderung auf, die Raumelemente müßten miteinander verbunden sein, um in ihrem Zusammensein eine Ausdehnung zu konstituieren, während Berkeley und Hume die bloße Koexistenz und die räumliche Ausdehnung zusammenfallen lassen. In dieser Hinsicht ist die Berkeley-Humesche Raumlehre im Vergleich mit derjenigen Wolffs als rückständig zu betrachten. Riehls Argument gegen die Lehre vom diskreten Raume, nämlich „Farben können mit Tönen koexistieren, . . . aber sie bilden vermöge dieser Koexistenz noch nicht miteinander einen Raum“, läßt sich daher zwar gegen die Berkeley-Humesche Raumlehre richten, keineswegs aber darf es gegen Wolff verwendet werden, wie das Riehl tut, da sich Wolff selbst und Crusius desselben Arguments gegen die Identifikation der Koexistenz und der räumlichen Ausdehnung bedient hatten.[30]) Aus diesem Grunde mußte auch Berkeley den Gesichts- und den Tastraum für ganz heterogen und deren Elemente für „unsummierbar“ erklären. Die Tatsache der „Heterogenität“ der modal verschiedenen Empfindungsräume bildet für den Berkeley-Humeschen Standpunkt eine unüberwindliche Schwierigkeit. Für denjenigen dagegen, der im Verbundensein der Elemente das Wesen des Raumes erblickt, bildet die betreffende Tatsache keine Schwierigkeit: die Heterogenität oder, mit Berkeley gesprochen, die räumliche Unsummierbarkeit der modal verschiedenen Empfindungspunkte hätte ihren Grund in der Unmöglichkeit des gegenseitigen Verbundenseins modal verschiedener Empfindungselemente. Gewiß, hier handelt es sich um eine strittige Frage in der Psychologie und wir wollen nur auf eine Möglichkeit ihrer Beantwortung hinweisen, die sich uns vom Wolffschen Standpunkt aus darbietet, die aber solange unbegreiflich bleibt, solange man am Berkeleyschen Standpunkte festhält.[31])

Aber es sind noch andere Schwierigkeiten, die gegen die Berkeley-Humesche Raumlehre anzuführen sind. Nicht bloß die räumliche Beziehung der modal verschiedenen Bewußtseinsinhalte eines und desselben bewußten Individuums stellt sich vom Berkeleyschen Standpunkt aus als unmöglich heraus, sondern auch die räumliche Beziehung nummerisch verschiedener Wahrnehmungsräume einzelner bewußten Individuen. Denn, ist der reale Raum aus solchen Punkten zusammengesetzt, die sich im absoluten Sinne miteinander berühren, dann müssen alle realen Punkte der Welt Bestand-

[30]) Riehl, Philosophischer Kritizismus, I, 1908, S. 327. Im Zusammenhang damit vgl. oben Kap. II, S. 20 und 28.

[31]) Brentano und Mach wollen die nichtoptischen Empfindungsräume im Gesichtsraume lokalisiert wissen, während Stumpf und andere dies entschieden in Abrede stellen. Petronievics unterscheidet die direkte Lokalisation der ausgedehnten Bewußtseininhalte im Gesichtsraume von der indirekten Lokalisation derselben (vgl. Petronievics, Pr. d. M., II, S. 96). Petronievics meint, der räumliche Zusammenhang aller Empfindungsqualitäten sei ein unzweifelhafter und die Frage sei nur, wie wir uns denselben näher zu denken haben (vgl. a. a O S. 169). Diese Frage sucht Petronievics dahin zu beantworten, indem er behauptet, die indirekt lokalisierten Bewußtseinsinhalte existierten in der vierten Dimension (vgl. a. a. O. S. 170).

teile eines und desselben Weltraumes sein, weil es in diesem Falle keinen Grund gäbe, warum die einzelnen bewußten Individuen voneinander räumlich abgegrenzt wären.[32]) Die Berkeley-Humesche Raumlehre steht also im Widerspruch mit dem Prinzip der Subjektivität der Empfindungswelt, und doch ist dies Prinzip es, das zu begründen sich bekanntlich beide unsere Denker allzusehr angelegen sein ließen.

Trotz allen Mängeln aber, die die Raumlehre unserer Denker aufweist, können wir nicht umhin, mit besonderem Nachdruck das große Verdienst derselben hervorzuheben, das darin besteht, daß sie beide, besonders aber Berkeley, die Realität der unmittelbar gegebenen Erfahrung als die einzige Stütze der Philosophie und die einzige Quelle der philosophischen Wahrheiten bezeichnet hatten. In direktem Gegensatz zu den rationalistischen Vertretern der Lehre vom diskreten Raume, die die Sinnlichkeit als die Quelle aller Irrtümer in der Philosophie ansahen, lehren unsere empiristischen Vertreter dieser Raumlehre, die Sinnlichkeit sei die Quelle der Wahrheit; aus der Lehre von den abstrakten, von der Erfahrung unabhängigen Ideen dagegen rührten alle Irrtümer der Philosophie her. Durch ihre Lehre von der absoluten Realität der Bewußtseinsinhalte haben unsere Philosophen einen Standpunkt aufgestellt, von wo aus einzig und allein die metaphysischen Probleme mit Aussicht auf endgültige Lösung in Angriff genommen werden können. Sie haben das Raumproblem zwar nicht gelöst; sie haben uns aber gezeigt, wie es gelöst werden kann und das ist und wird bleiben das unsterbliche Verdienst Berkeleys und Humes.

---

[32]) Vgl. darüber Petronievics, Pr. d M. II., S. 95 und 122.

V. Kapitel.

Herbarts Lehre vom intelligiblen Raume.

Die Raumlehre Herbarts ist nur im engsten Zusammenhang mit Wolff-Boscovichscher Raumlehre richtig zu verstehen. Daß diese Raumlehre solange unverständlich geblieben ist, hat seinen Grund darin, daß die Wolffsche Raumlehre und seine Philosophie überhaupt nicht beachtet und in ihrer geschichtlichen Bedeutung nicht genügend gewürdigt worden ist. Herbart verfolgt in seiner Raumphilosophie das Ziel, den von Wolff und Boscovich aufgestellten Dualismus zu überwinden. „Das Starre und das Kontinuierliche müssen sich vertragen lernen.“ [1]) Und der Weg, den Herbart dazu einschlägt, erhellt aus folgenden Worten: „Die mathematische Notwendigkeit, den Raum als Kontinuum zu behandeln, ist längst ausgemacht und läßt sich nicht ändern.“ [2]) Daher kann nach Herbart vom Raume nur im Sinne des Wolff-Boscovichschen imaginären Raumes die Rede sein. Herbarts Lehre vom intelligiblen Raum stellt, historisch betrachtet, die Wiedergeburt der Wolffschen Lehre vom imaginären Raum dar. Aus der Betrachtung der diskreten Elemente in abstracto gehen sowohl nach Herbart wie nach Wolff die Grundmerkmale des mathematischen Raumbegriffes, dessen Kontinuierlichkeit und Unendlichkeit, hervor. Herbart verwirft jedoch die Möglichkeit des realen räumlichen Diskretums, das von Wolff gelehrt wurde. Wolff sah das Verbundensein der letzten Elemente als das Wesentliche des realen diskreten Raumes an. Nach Herbart ist eine solche Verbindung der absoluten realen Seinselemente unmöglich. Die absoluten Wesen hörten auf, absolut zu sein, wenn sie miteinander verbunden sein müßten. „Denn aus der Verbindung wird eine Bedingung.“ [3]) Das Verbundensein und Unbedingt-(resp. Absolut-)sein schlössen einander aus. Das räumlich Diskrete bildet jedoch den Ausgangspunkt der ganzen Konstruk-

---

[1]) Hartenstein, Die Probleme und Grundlehren der Allgemeinen Metaphysik, 1836, S. 343.

[2]) Herbart, Allgemeine Metaphysik, Bd. II, S. 225.

[3]) Herbart, a. a. O. S. 73. Vgl. im Zusammenhang damit § 17 in Theoriae de atractione, Bd. IV, S. 543—4.

tion des intelligiblen Raumes; die starre Linie, wie Herbart die diskrete Gerade nennt, bildet die Grundlage des intelligiblen Raumes, wie wir im Folgenden sehen werden.

Um diese Raumlehre Herbarts zu verstehen, wollen wir den Grundbegriff des diskreten Raumes genauer ins Auge fassen. Um die Schwierigkeiten, die die Annahme der unendlichen Teilbarkeit nach sich zieht, zu überwinden, sehen sich die Vertreter der diskreten Raumlehre vor die Aufgabe gestellt, den Begriff des Raumelements zu bestimmen. Bei diesem Versuch tauchen aber folgende Schwierigkeiten auf. Die begrifflichen Merkmale des Raumelements: elementar einerseits und räumlich andererseits scheinen sich gegenseitig auszuschließen. Denn ist der letzte Raumteil räumlich, so muß er ausgedehnt sein. In diesem Falle ist er aber weiter teilbar und als solcher kann er unmöglich elementar sein. Soll er dagegen elementar sein, d. h. unausgedehnt, so muß er als Punkt aufgefaßt werden. Die Punkte fallen aber bei ihrer Berührung zusammen, und bilden demgemäß in ihrem Zusammensein höchstens eine Zahl, aber keinen Raum. Hier sind also die letzten Teile wohl elementar, können aber unmöglich Raumteile sein.

Zur Überwindung dieser Schwierigkeiten schlägt Herbart einen mittleren Weg ein. Das Element seines intelligiblen Raumes ist weder punktförmig, noch ausgedehnt. „Denn . . . das Element des Raumes ist nicht der einzelne Punkt, sondern das Aneinander (contiguum) zweier Punkte, welches das einfachste Außer darstellt; ohne dieses aber ist kein Raum denkbar.“ [4]) „Das einfachste Außer“ ist das Aneinander zweier Wesen, so daß keine Distanz zwischen beiden auseinanderliegenden Punkten vorhanden sei. Durch diese Auffassung des Raumelements glaubt Herbart die obige Schwierigkeit, die dem Begriffe des Raumelements anhaftet, behoben zu haben. Sein Raumelement ist zwar unausgedehnt: „contiguum absque distantia“, doch haftet ihm etwas Raumhaftes an: die zwei dasselbe bildenden Wesen sind außereinander und so kann das Aneinander Raumteil sein. Auf der anderen Seite ist dieser letzte Raumteil unausgedehnt. Als unausgedehnt ist er unteilbar und kann so auch als elementar angesehen werden. Das Herbartsche Raumelement scheint also im Gegensatz zu den Begriffen des punktförmigen Atoms und ausgedehnten Raumteils, sowohl räumlich als elementar sein zu können.

Das so aufgefaßte Raumelement bildet die Grundlage der Lehre vom intelligiblen Raum. „Die ganze Lehre vom intelligiblen Raume beruht auf der Möglichkeit des Zusammen der realen Wesen.“ [5]) Wie alle früheren

---

[4]) Herbart, Allg. Metaphysik, T. II, Bd. IV, § 259, S. 192. Vgl. damit im Zusammenhang, Theoriae de atractione, § 18: „Spatii intelligibilis elementum sive notio principalis, est Tó Extra absque distantia: cui nomen inponemus contigui (des Aneinander)“.

[5]) Herbart, Allg. Metaphysik, T. II, S. 244.

Vertreter der Lehre vom diskreten Raum, sucht auch Herbart die Extensität des Raumes aus dem einfachen Raumelement abzuleiten. Wenn der Begriff des Raumelements aufgehoben wird, so verschwindet auch die Extensität. Durch seine Multiplikation wird auch die Extensität größer, so daß diese durch die Zahl zu definieren ist, die zeigt, wie oft das Aneinander, d. h. das Element des Raumes, wiederholt wird. Diese Quantität sei aber nicht mit der Zahl gleichzusetzen, denn als Multiplikandum ist in ihr das Raumelement, das Aneinander enthalten. Und so läßt sich nach Herbart „Quantum extensionis“ als „numerus τοῦ Extra absque distantia“ definieren.[6])

Das Raumelement wird aber nach Herbart weder im sinnlichen Raum gefunden, noch von der Geometrie anerkannt.[7]) Daraus geht hervor, daß der intelligible Raum sowohl von dem sinnlichen, als auch von dem mathematischen Raume zu unterscheiden ist. Jedoch ist nach Herbart dieser Unterschied kein begrifflicher. Denn „da das Ende der Betrachtung über den intelligiblen Raum, ihn ebenso zu einem Kontinuum macht, wie der sinnliche es ursprünglich ist, so fallen die Begriffe des einen und des anderen von selbst zusammen“. Sie unterscheiden sich vielmehr bloß durch das „was in sie gesetzt wird“. Der intelligible Raum sei für die übersinnlichen Monaden und der sinnliche für Körper, die „nach gemeiner Meinung“ undurchdringlich sind.[8])

Die Dinge befinden sich nach Herbart nicht im Raum, wie man gewöhnlich meint; sie werden vielmehr in den Raum gesetzt. Es leuchtet demnach ein, daß der intelligible Raum nicht als etwas selbständig für sich Existierendes aufzufassen ist. In der Frage nach der Realität des Raumes stimmt Herbart demnach mit Leibniz überein. Wie dieser, spricht auch Herbart dem Raum jegliche Realität ab. „Die Größenbegriffe, gleichviel, ob stetig oder nicht, müssen vom Realen zurückgewiesen werden, weil sonst die Qualität zerfällt oder zerfließt; wovon das eine so schlimm ist, wie das andere.“ [9]) Und an einer anderen Stelle spricht sich Herbart gegen die Realität des Raumes und der Zeit noch deutlicher aus: „Wer uns vom Raume und von der Zeit sagt, sie seien nicht real, der sagt uns nichts Neues . . . Die Spekulation muß sich gewaltigt weit verirrt haben, die da vergißt, daß die Dauer und der Ort leere Stellen bedeuten, welche sich zu

---

[6]) Herbart, Theoriae de atractione . . . Bd. IV, § 19, S. 545. Vgl. darüber auch Hartenstein, Die Probleme und Grundlehren der allgemeinen Metaphysik, 1876, S. 307: „Das Aneinander ist folglich das erste und ursprünglichste Nichtzusammen, auf welches jedes andere durch irgendwie große Entfernung charakterisierte Nichtzusammen sich zurückführen lassen muß; es ist mit einem Worte das Element des intelligiblen Raumes“.

[7]) Herbart, a. a. O. S. 545: „Hocce contiguum non in sensus cadit: nec magis a geometria agnoscitur . . .“

[8]) Herbart, Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie, § 159. (Phil. Bibliothek, Bd. 146, S. 305.)

[9]) Herbart, Allgemeine Metaphysik, T. II, S. 90.

ihrer Erfüllung verhalten, wie das Nichts zum Etwas".[10]) Im Hinblick auf die Wirklichkeit kann also von deren Räumlichkeit überhaupt keine Rede sein. Die einfachen Wesen bilden in ihrem Zusammensein keinen Raum, weil zwischen denselben keine reale Verbindung angenommen werden kann. Diese Verbindung der einfachen Wesen, die Wolff suchte, Kant und Boscovich in der Fernwirkung der Kraftpunkte gefunden zu haben glaubten, ist nach Herbart, wie wir sahen, unmöglich.

Wie diese realistische Auffassung des Raumes, leugnet Herbart auch die kritische Raumlehre Kants. Der Raum lasse sich unmöglich als eine apriorische reine Anschauung im menschlichen Geiste auffassen, denn wir kommen den metaphysischen Dingen ganz frei und spontan nach, und jener Anschauung, wenn es eine solche gäbe, müßten wir uns notwendigerweise bedienen.[11]) Mit dieser Kantschen Auffassung des Raumes als einer Anschauungsform setzt sich Herbart wiederholt auseinander. „Die Kantsche Behauptung der Formen des Anschauens und Denkens, welche dem menschlichen Geiste eigen sein sollen . . setzt eigentlich einen allgemeinen subjektiven Schein an die Stelle des objektiven.".[12]) Der intelligible Raum müsse dagegen als ein objektiver Schein angesehen werden, der im Gegensatz zum subjektiven Schein in keiner Weise durch die besondere Natur des Subjektes bestimmt werde. Der subjektive Schein rührt nach Herbart von den „zufälligen Fehlern des Subjekts" her. Und, da er als solcher mit der Außenwelt absolut nichts zu tun hat, so muß er als etwas vollkommen subjektives, als subjektiver Schein angesehen werden. Nun ist der Raum freilich kein Schein in diesem Sinne — da er nämlich, wie wir sehen werden, zum Verständnis der objektiven Welt unentbehrlich ist —, wohl aber muß auch er deswegen als Schein angesehen werden, weil ihm ebenfalls nichts Reales in der Welt der „Realen" entspricht. In dieser Hinsicht billigt Herbart die Kantsche Lehre vom Raume: „Was in Kants Behauptungen, der Raum komme vom Zuschauer, psychologisch unrichtig war, das ist zum Teil . . . metaphysisch richtig."

Dem Raum ist also in keiner Hinsicht eine Existenzart zuzuschreiben: weder in noch außer dem Geiste. Dem Realismus wie dem transzendentalen Idealismus tritt Herbart mit folgenden Worten entgegen: „Beide Parteien sehen nicht ein, daß in jedem Betracht der Raum eine Form der Zusammenfassung ist, welche, wenn keine weitere Bestimmung hinzukommt, den

---

[10]) Herbart, Philosophische Aphorismen. Bd. IV, S. 579. Damit im Zusammenhang: Einleitung in die Philosophie, § 121.

[11]) Herbart, Theoriae de atractione, § 17, S. 544. ... . . itaque spatium intelligibile, ad simplicium positione spectans non debet referi in formas insitas mentis nostrae, quibus (si quae ecseut) necessario, non sponte uteremur".

[12]) Herbart, Allgemeine Metaphysik, S. 248, § 292. Drobisch bezeichnet den objektiven Schein Herbarts als einen allgemeinen subjektiven Schein. Er sagt: „Genau genommen ist Herbarts objektiver Schein nur ein allgemein subjektiver." S. Zeitschrift für exakte Philosophie. 1865. Bd. V, S. 145.

Dingen gar kein Prädikat, für jeden Zuschauer aber eine Hülfe darbietet, die ihm in vielen Fällen ganz unentbehrlich wird; und die er sich selbst erzeugt, gemäß der gegebenen Veranlassung." [13]) Der intelligible Raum besteht also nicht; er wird vielmehr geschaffen. Er sei aber keineswegs, wie der sinnliche Raum, als ein Produkt des psychischen Mechanismus, sondern als ein Produkt unseres zusammenfassenden Denkens anzusehen. Der intelligible Raum stellt demnach eine subjektive Form dar, unter der jede menschliche, ja jede Intelligenz überhaupt die realen, voneinander unabhängigen Wesen sich vorstellen muß. Diese, als voneinander völlig unabhängig, entbehren jeglicher Eigenschaften des Raumes. Weder bestehen die „Realen" im Raume, noch besteht dieser aus ihnen. Wenn wir aber über die Realen nachdenken, stellen wir sie uns vor, als ob sie sich in einem Raume befänden. Der intelligible Raum ist demnach ein unentbehrliches Hilfsmittel für unser Denken. Als solcher wird der intelligible Raum von Herbart, wie wir sahen, als ein objektiver Schein bezeichnet. Als leere subjektive Form, der in der Welt der Realen nichts entspricht, ist der intelligible Raum Schein. Inwiefern diese subjektive Form aber für unser Denken zur Zusammenfassung der realen Wesen unentbehrlich ist, ist der intelligible Raum ein objektiver Schein. Geschaffen wird der Raum selbstverständlich nicht aufs Geratewohl, sondern einem bestimmten Plane gemäß und in einer bestimmten Absicht. In dieser Hinsicht steht es mit dem intelligiblen Raum in der Metaphysik, wie mit den Logarithmen, Differenzialen usw. in der Mathematik. Wie diese in der Mathematik spielt auch der intelligible Raum in der Metaphysik die Rolle eines Denkmittels, dessen wir uns zum Definieren verschiedener Positionen der einfachen Wesen bedienen. „Ut definire possint variae simplicium positiones, mente concipiendum est spatium intelligibili." [14])

Es unterliegt also keinem Zweifel, daß Herbart in der Raumlehre ein Idealist ist. Um dies zu verstehen, müssen wir die Umstände berücksichtigen, unter denen Herbart aufgetreten ist. Herbart ist ein „Kantianer vom Jahre 1828", wie er selbst sich nannte. Er ist also ein Postkantianer, der inmitten der gewaltigen Strömung des deutschen Idealismus hervortrat und doch an dem Gedanken einer realistischen Metaphysik festhielt. Zweierlei Aufgaben sind es nun, die ihm durch diese geschichtliche Stellung auferlegt wurden. Als Realist mußte er den Realismus vor den Angriffen Kants verteidigen und im Gegensatz zu diesem die Zugänglichkeit der absoluten Wirklichkeit für den menschlichen Verstand nachweisen. Die Fähigkeit, die Grenzen der Erfahrung zu überschreiten, nimmt Herbart entschieden für den Verstand in Anspruch. „Wozu denn das ängstliche Halten an der Empfindung oder dem unmittelbar Gegebenen?" [15]) Die Metaphysik muß nach Herbart von

---

[13]) Herbart, a. a. O. 206, § 265.

[14]) Herbart, Theoriae de atractione, § 16, S. 543.

[15]) Herbart, Allg. Metaphysik, T. II, S. 76.

der Erfahrung ausgehen, um sich zur Erklärung der Erfahrung des absoluten Seins zu bemächtigen. Herbart äußert sich darüber in folgenden Worten: „Die ganze Metaphysik beschreibt gleichsam einen Bogen, der von der Oberfläche des Gegebenen in die Tiefe hinabsteigend sich dem Realen erst nähert, dann wieder aus derjenigen Tiefe, die man habe erreichen können, sich erhebt, und beim Gegebenen mit den Erklärungen desselben, insofern sie uns möglich sind, endigt.“ [16]) Andererseits wiederum sah sich Herbart genötigt, den Idealisten, die die Erkenntnis des Absoluten nicht durch den Verstand, sondern durch die „intellektuelle Intuition“ ermitteln zu können glaubten, entgegenzutreten. Inwiefern Herbart diesen an ihn durch seine geschichtliche Stellung gestellten Anforderungen gerecht geworden ist, lassen wir hier dahingestellt. Daß aber Herbarts Gedankensystem, trotz seiner ausgesprochen realistischen Tendenz ein starkes Gepräge des Zeitalters trägt, macht sich an seiner Raumlehre deutlich bemerkbar. Dieser idealistische Zug des Herbartschen Gedankensystems dürfte seinen Grund in den Umständen haben, in denen Herbart wirkte. „Die Lehre vom itelligiblen Raume,“ sagt Drobisch mit Recht,[17]) „ist die idealistische Seite der Herbartschen Metaphysik.“

Wir wollen uns nun mit der Konstruktion des intelligiblen Raumes, dessen rein begrifflichen Sinn wir eben kennen gelernt haben, bekannt machen. Der intelligible Raum ist seiner inneren Struktur nach weder ganz diskret noch kontinuierlich, jedoch enthält er neben den kontinuierlichen Größen auch diskrete (starre) Linien. „Ich kenne keinen Raum als ein fortlaufendes Aneinander gedacht; sondern nur gerade Linien von dieser Art als Anfänge der Konstruktion des intelligiblen Raumes. Schon in der Fläche erzeugen sich Irrationalgrößen, und hiermit beginnt das geometrische Kontinuum; dergleichen auch jede Linie sein kann.“ [18]) Die Konstruktion des intelligiblen Raumes fängt also mit dem Diskreten an und geht schließlich ins Kontinuierliche über. Der intelligible Raum stellt offenbar eine Synthese zwischen dem Diskreten und Kontinuierlichen dar. Um seine Konstruktion zu verstehen, müssen wir genauer ins Auge fassen, wie sich die einfachen Wesen zu einander verhalten.[19]) Diese können sowohl zusammen, als auch nicht zusammen sein. Sind sie nicht zusammen, so können sie, da kein Raum vorhanden ist, nicht voneinander entfernt sein; sie sind

[16]) Herbart, a. a. O. S. 16, § 164.

[17]) Dobrisch, Über die Wandlungen der Begriffe des Idealismus und Realismus. (Zeitschrift für exakte Philosophie, B. V, S. 161.)

[18]) Herbart, Phil. Aphorismen, Bd. IV, S. 604.

[19]) Unseres Wissens ist die ganze Konstruktion des intelligiblen Raumes bis jetzt nur von Hartenstein und neulich von Petronievics in einer Abhandlung über Herbarts Lehre vom intelligiblen Raum im Archiv für Geschichte der Philosophie, Bd. 20, Heft 2, zur Darstellung gebracht worden. In dieser Abhandlung hat Petronievics Herbarts Lehre vom intelligiblen Raume zum ersten Male unserem Verständnis erschlossen und wir folgen nachstehend im wesentlichen seiner Darstellung.

aneinander. Wenn nun zwei Wesen *A* und *B* aneinander sind, so müssen wir beachten, daß sie auch ineinander sein könnten. Die Möglichkeit ihres Ineinander-(Zusammen-)seins liegt aber zwiefach vor. Einerseits kann das Wesen *A* zusammen mit *B*, andererseits wiederum dieses mit jenem zusammen gedacht werden. Im ersten Falle stellen wir uns das Wesen *A* gleichsam als wartend auf das Wesen *B* vor. Indem wir das tun, fügen wir dem Ersteren das leere Bild, den leeren Gedanken vom Letzteren hinzu. Im zweiten Falle spielt sich hinsichtlich des Wesens *B* derselbe Gedankenprozeß ab. Auf diese Weise bekommen wir neben zwei realen Wesen *A* und *B* noch zwei leere Bilder von ihnen *a* und *b*. Diese Bilder sind als Symbole der gedanklichen Möglichkeiten verschiedener Zusammenseinsarten zweier einfacher Wesen zu betrachten. Als solche dürfen sie unter keinen Umständen verloren gehen. Sie bilden vielmehr die wahren Bausteine der ganzen Konstruktion des intelligiblen Raumes. Ja, sogar der wahre Grund dafür, sagt Herbart, daß man bis jetzt auf die Konstruktion des intelligiblen Raumes nicht gekommen sei, liege darin, daß man die Wichtigkeit der leeren Bilder von einfachen Wesen ganz außer Acht gelassen habe.

			a○
A●		b○ a○	b○ B●
B●	A● B●	A● B●	A●
Fig. 1.	*Fig. 2.*	*Fig. 3.*	*Fig. 4.*

Hiermit wären die Hauptschwierigkeiten der Konstruktion des intelligiblen Raumes überwunden. Aus unserer Betrachtung gegenseitiger Beziehungen zweier einfachen Wesen ergaben sich noch zwei leere Bilder und dadurch wurde der Vorrat unserer Begriffe vergrößert. Jetzt haben wir vier Begriffe zur Verfügung. Um das Weitere zu verstehen, wollen wir uns das gegenseitige Verhältnis der uns jetzt zur Verfügung stehenden Begriffe veranschaulichen. Es sei durch die vertikale Richtung des *A* zu *B* (Fig. 1) das Zusammensein und durch deren horizontale Richtung (Fig. 2) das Aneinander der einfachen Wesen, bezw. deren Bilder dargestellt. Nun stehen von unseren vier Begriffen die zwei realen Wesen im Verhältnis des Nicht-Zusammenseins zueinander; jedes Bild derselben dagegen ist mit dem anderen realen Wesen im Verhältnis des Zusammenseins zu denken. Dies sei durch die Fig. 3 veranschaulicht. Diese Figur stellt uns das Aneinandersein der Wesen *A* und *B* und die Möglichkeit von deren Ineinandersein dar. Diese Möglichkeit des Zusammensein einfacher Wesen hätte keine Bedeutung für die Konstruktion der starren Linie, ja, sie wäre überhaupt keine Möglichkeit, wenn sie nicht zur Wirklichkeit werden könnte. Die zwei Wesen *A* und *B* können also wirklich ineinander sein; lassen wir sie demnach zusammenfallen. Dies können wir aber zwiefach tun. Wir können entweder das Wesen *A* vom leeren Bilde *b* (Fig. 3) trennen und es mit

der Gruppe $B\ a$ zusammenfallen lassen, oder umgekehrt, wir können das Wesen B vom leeren Bilde a trennen und es mit der Gruppe $A\ b$ zusammenfallen lassen. Von diesen beiden Möglichkeiten wollen wir die erste zur Wirklichkeit werden lassen. So wird eine Neugruppierung unserer Begriffe zustande gebracht. Diese besteht aus einem alleinstehenden leeren Bilde b und einem Zusammensein $a\ A\ B$. (Vgl. Fig. 4.) Beide Wesen $A\ B$ und das leere Bild a sind also zusammen. Muß es denn dabei sein Bewenden haben? Bei weitem nicht. Um uns davon zu überzeugen, blicken wir auf den Anfang der Konstruktion zurück. Wir hatten dieselbe mit dem Aneinander der Wesen A und B angefangen. Wir hätten aber mit demselben Recht auch mit ihrem Ineinander anfangen können. Hätten wir das getan, so hätten wir sie, um die starre Linie ausführen zu können, von einander trennen müssen. Gerade auf diesem Punkte befinden wir uns jetzt. A ist zusammen mit B; es braucht aber nicht, daß dies Zusammen bestehe; wir könnten es rückgängig machen, indem wir in Gedanken B festhielten und die vorige Beifügung des A durch ihr gerades Gegenteil, nämlich durch die Absonderung von A, wieder aufhöben. Allein auch das ist nicht nötig. Um hier, wo alles willkürlich ist,

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

unsere Willkür an den Tag zu legen . . ., wollen wir nicht B, sondern A, in Gedanken festhalten; die Sonderung aber soll geschehen durch B. Alles andere soll ganz genau bleiben, wie es war. So erblickt man jetzt Dreierlei (Vgl. Fig. 5): nämlich ein verbundenes Paar, ein leeres Bild für sich allein und ein reales Wesen, auch für sich allein.[20])

Das Wesen B steht nun allein. Aber wir dürfen es nicht vergessen: wie von seinem eigenen Schatten wird das Wesen B von der Möglichkeit seines Zusammenseins mit dem Wesen A begleitet. Wir dürfen den verhängnisvollen Fehler nicht begehen, und diese dem Wesen B anhaftende Möglichkeit außer Acht lassen. Das Wesen B ist getrennt von A, aber es kann mit ihm wieder verbunden werden. Fassen wir diese Möglichkeit ins Auge, so heftet sich an das Wesen B ein neues Bild vom Wesen A an. Dies ist das dritte Bild und das zweite von A. Wir wollen das neue Bild, welches den Vorrat unserer Begriffe um einen Begriff bereichert hat, mit $a\,1$ bezeichnen und die gegenseitigen Beziehungen der fünf uns jetzt zur Verfügung stehenden Begriffe durch die Fig. 6 anschaulich machen. Unsere neue Figur besteht nun aus einem alleinstehenden leeren Bild b und aus zwei Paaren $A\ a$ und $B\ a\ 1$.

[20]) Herbart, Allg. Metaphysik, II, T. II, S. 161, § 245.

Nun sind alle Schwierigkeiten überwunden. Wir sind freilich noch nicht am Ende der Konstruktion der starren Linie. Aber, streng genommen, können wir nie ans Ende derselben gelangen. Denn dieser Prozeß der Verbindung des A mit B und ihrer Trennung durch B kann offenbar ins Unendliche fortgesetzt werden. So entstehen immer neue leere Bilder und die starre Linie wächst fortwährend. Wir nehmen an, wir hätten eine solche Linie aus leeren Bildern konstruiert (Vgl. Fig. 7). Nun sind A und B ineinander. Wir können aber den bisherigen Prozeß umkehren und die Trennung des A von B und die Verbindung des B mit A vor sich gehen lassen. Wenn wir das tun, werden wir bald den Anfangspunkt b erreichen. Es ist klar, daß wir dabei nicht stehen bleiben müssen, daß wir vielmehr, ähnlich wie früher, unsere Konstruktion von b an durch diesen Prozeß ins Unendliche verlängern können. Auf diese Weise bekommen wir eine in beiden Richtungen unendliche Reihe von leeren Bildern. Diese Reihe stellt die Herbartsche starre Linie dar.

Das Charakteristische an der Lehre vom intelligiblen Raum ist jedoch nicht das Diskontinuierliche in ihm. Er stellt, wie gesagt, einen Versöhnungsversuch des Diskreten mit dem Kontinuierlichen dar. Als das Wesentliche an der Konstruktion des intelligiblen Raumes ist demnach der Übergang des Diskreten ins Kontinuierliche anzusehen. Wir müssen demnach die Konstruktion des intelligiblen Raumes auch weiter verfolgen, um zu sehen, wie das Diskrete ins Kontinuierliche übergeht.

Zum Begriffe der starren Linie sind wir gekommen, indem wir die Möglichkeiten der gegenseitigen Beziehungen zweier einfacher Wesen ins Auge faßten. Das Zusammen und Nichtzusammen zweier Wesen bieten uns jedoch keinen Anlaß, über die Konstruktion der starren Linie hinauszugehen. Wir brauchen aber durchaus nicht bei der Annahme von nur zwei einfachen Wesen stehen zu bleiben. „Wie viel Schein, soviel Hindeutung aufs Sein.“ [21]) Wir haben im unmittelbar Gegebenen eine Vielheit von scheinbaren Inhalten. Auf Grund des obigen Satzes muß eine Vielheit von transzendenten Seinsinhalten angenommen werden. Die Vielheit im Seienden ist freilich unmöglich; die Vielheit des Seienden ist jedoch nicht nur möglich, sondern zum Verständnis des unmittelbar Gegebenen notwendig.[22]) Deutet jeder Schein auf ein Sein hin, so ist klar, daß jenseits der scheinbaren Sinnenwelt eine Vielheit von realen einfachen Wesen angenommen werden muß. Jedenfalls eine endliche Vielheit. Denn das aktuell Unendliche verträgt die absolute Position nicht.[23]) Es steht uns also eine Vielheit von realen Wesen zur Verfügung. Wir wollen noch ein drittes reales Wesen nehmen, um durch die Betrachtung seiner Beziehungen zu den schon

[21]) Herbart, Allg. Metaphysik, T. I, S. 14.

[22]) Herbart, a. a. O. S. 87.

[23]) Herbart, Allg. Metaphysik, T. II, S. 260, § 300.

gewonnenen Raumgebilden, die Konstruktion der übrigen Raumformen fortzusetzen.

Dabei ist nicht zu vergessen, daß das Abzuleitende nicht vorausgesetzt werden darf. Wir wollen die Ebene konstruieren. Wir dürfen aber dazu nicht von etwas sie Voraussetzendem ausgehen. Diese Forderung schärft Herbart im Laufe der Konstruktion wiederholt ein. Auch Hartenstein tut es. „Man wird ungeduldig, fängt an zu springen und springt natürlich mitten in den empirischen Raum hinein, in welchem man sich dann bequem nach allen Seiten hin bewegt, diese Bequemlichkeit dadurch entschuldigend, daß man versichert, das gehe einmal nicht anders.“ [24]) Ohne gegen diese eigene Forderung zu verstoßen, glaubt Herbart, das dritte Wesen C außerhalb der starren Linie, ja gleich in eine beliebige Entfernung von derselben setzen zu dürfen. „Wir setzen also C außer der Linie $A\ B$; vorausgesetzt, es sei nicht zusammen, weder mit A noch mit B. Eigentlich haben wir noch keinen Zwischenraum zwischen C und den anderen beiden; da jedoch schon der Begriff jeder beliebigen Entfernung, als einem solchen Nichtzusammen, aus welchem der Übergang ins Zusammen freisteht, aus dem vorigen bekannt ist; so kann auch die Frage: ob C mit A und B zugleich aneinander sein könne, umgangen, und C gleich in irgendwelche Entfernung von beiden gestellt werden.“ [25]) Nun kann das außerhalb der starren Linie liegende C durch eine neue starre Linie (wir befinden uns nämlich im Besitze ihres Begriffes) sowohl mit A, als auch mit B verbunden werden.[26]) So bekommen wir ein Dreieck und die Konstruktion der Ebene ist fertig. Aber schon in ihr stoßen wir an das Kontinuierliche. Nehmen wir an, die Linie $A\ C$ stehe auf $A\ B$ vertikal (Fig. 8) und die Katheten $A\ C$ und $A\ B$ seien gleich. Jede sei drei Aneinander groß. Aus dem pythagoreischen Lehrsatz folgt nun, daß die Hypothenuse $A\ B$ vier Aneinander und ein Bruchteil eines solchen betragen wird. Dieser Bruchteil des elementaren Aneinanders bedeutet das teilweise Durchdringen unmittelbarer dasselbe bildender Punkte. Die Annahme ist widersprechend und mit einer Ungereimtheit behaftet, aber sie ist jedoch unentbehrlich und muß als solche festgehalten werden. „Also ist hier im Denken ein Begriff erzeugt, welcher beibehalten werden muß, da er mit anderen bekannten Begriffen in einem festen Zusammenhange steht.“ [27]) Da es nun ganz unbestimmt ist, wo eigentlich

[24]) Hartenstein, Die Probleme und Grundlehren d. allg. Metaphysik, S. 305.

[25]) Herbart, Allg. Metaphysik, T. II, S. 181, § 253.

[26]) Deutlicher als Herbart fühlt Hartenstein, daß dieser Übergang aus dem eindimensionellen Raume zur zweidimensionalen Ebene mit Schwierigkeiten verbunden ist. Er mahnt deshalb zur Vorsicht: „Wo ist aber nunmehr C als außerhalb AB? Wir könnten hier C sogleich in eine beliebige Entfernung von AB setzen. Aber wir müssen vorsichtig sein. Jenes Außerhalb ist für uns zunächst nur ein ganz unbestimmtes Nichtzusammen“. (Vgl. Hartenstein, Die Probleme und Grundlehren der allg. Metaphysik. S 318.)

[27]) Herbart, Allg. Metaphysik, T. II, S. 195.

dieser Bruchteil des Aneinanders auf der Linie liegen soll, so müssen alle Punkte derselben als sich gegenseitig teilweise durchdringend und die Linie selbst demgemäß als kontinuierlich gedacht werden. So sind wir zu dem ersten kontinuierlichen Raumbegriff, zu dem der stetigen geraden Linie, gekommen. Der Übergang vom starren zum kontinuierlichen zwang uns zu einer widersprechenden Annahme. Auf diese Weise glauben Herbart und Hartenstein, die Aussöhnung des Diskreten und Kontinuierlichen wäre ihnen vollkommen gelungen.

An die Konstruktion der stetigen Geraden reiht sich die der stetigen Kreislinie. Diese geht von dem Satze aus, daß es im Gegensatze zum starren Aneinander als der kleinsten Raumstrecke, keinen elementaren Winkel geben könne. „Allein wenn jemand sich fragte, welches wohl der kleinste mögliche Winkel und das Element sei, wovon jeder größere Winkel nur eine Vervielfältigung darstelle, ähnlich der starren Linie, worin sich das Aneinander vielfach zeigt: — so würde ein solcher in unserer Konstruktion selbst die allerdeutlichste Zurückweisung der Frage finden.“ [28]) Denn es erhellt

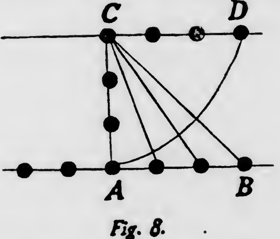


Fig. 8.

aus der Konstruktion der starren Linie, daß es auf ihr unendlich viele Punkte gibt und daß jeder derselben gleiches Recht hat, mit dem Punkt C (Fig. 8) verbunden zu werden. Daraus geht weiter hervor, daß es auch im Quadrant $A\ D\ C$ unendlich viele Hypothenusen geben muß. Ist dem aber so, so leuchtet ein, daß die krumme Linie $A\ D$ aus unendlich vielen Punkten bestehen muß, da sich auf jeder der unendlich vielen Hypothenusen einer ihrer Radien abschneiden läßt, und „die Kreislinie besteht bekanntlich aus den zusammengefaßten Endpunkten der Radien“. „Hier vergeht gewiß jeder Gedanke an Zusammensetzung eines endlichen Kreisbogens aus einer endlichen Zahl von aneinanderliegenden Punkten.“ So entsteht die Kreislinie. „Und man hat hier das eigentlichste Kontinuum, das nur irgend vorkommen kann.“ [29]) Die Konstruktion der stetigen Ebene folgt unmittelbar aus den beiden vorhergehenden Konstruktionen. „Die Möglichkeit aller geraden Linien zwischen irgend welchen Punkten der Figur ist alsdann durch den Kreis und seine Sehnen dergestalt vorgezeichnet, daß alle neuen Konstruktionen nur die vorigen wiederholen und diese gesamte schon vorrätige Möglichkeit, welche aus der Mischung zweierlei Richtungen

[28]) Herbart, a. a. O. S. 192, § 258.

[29]) Herbart, a. a. O. S. 193, § 258.

hervorgeht, ist die Ebene.“ [30]) Das Kontinuierliche besteht also nach Herbart nicht aus Punkten. Es entsteht nur aus ihnen. Diese gehen infolge ihrer Durchdringung vollkommen ineinander auf.

Dies wäre die Lehre vom intelligiblen Raume in ihren Hauptzügen. Wir wollen nunmehr dieses Kapitel mit einigen Bemerkungen schließen, die uns berechtigen dürften, die ganze Raumlehre Herbarts als gescheitert anzusehen. Diese beruht auf zwei Grundgedanken. „Ein paar einfache Wesen können zusammen, sie können aber auch nicht zusammen sein.“ Der zweite grundlegende Gedanke der Raumlehre Herbarts ist der Begriff des Bruchteiles des einfachen Aneinanders. Den ersten dieser beiden Gedanken stellt Herbart als „einen höchst einfachen Gedanken“ hin. Die Denkmöglichkeit des Ineinanderseins zweier einfacher Wesen und diejenige ihres Auseinanderseins sind zwar als bloße formelle logische Möglichkeiten ganz einfach. Wenn wir aber die Umstände berücksichtigen, unter denen sie zur Wirklichkeit werden können, so stellen sie sich in der Tat als höchst rätselhaft und vom Herbartschen Standpunkt aus als völlig unmöglich heraus. Wird der leere Raum neben den einfachen Wesen angenommen, so können diese freilich sowohl zusammen, als auch nicht zusammen, in diesem Falle aber nur in beliebiger Entfernung voneinander sein. Der leere Raum kümmert sich dabei gar nicht darum, wie sich die einfachen Wesen zueinander verhalten werden. Das sahen einige Atomiker ein und nahmen infolgedessen gewisse den Atomen anhaftende Repulsiv- und Attraktivkräfte an. Herbart will dagegen von alledem nichts wissen. Weder einen leeren Raum noch irgend welche Beziehungen zwischen den Realen nimmt er an. „Aus der Verbindung wird eine Bedingung. Jedes einfache Wesen, für sich betrachtet, ist in der Wirklichkeit nirgends. Die Frage, ob es hier oder dort seit, hat keinen Sinn.“ [31]) Wenn aber zwei einfache Wesen gegeben sind, so ist es nach Herbart wohl ganz möglich, sowohl von ihrem Zusammen, als auch Nichtzusammen zu sprechen. Dies ist zum mindestens inkonsequent. Wenn jedes einfache Wesen nirgends ist, so können zwei solche Wesen in der Tat weder zusammen noch nicht zusammen sein. Wäre Herbart konsequent gewesen, so hätte er diese Behauptung als höchst einfach hinstellen müssen.

Um uns diese Inkonsequenz Herbarts deutlicher zu machen, wollen wir dieselbe Annahme hinsichtlich der Zeit machen. Gesetzt, es wäre jemand auf den Gedanken gekommen, eine Konstruktion der intelligiblen Zeit zu unternehmen. Das Abzuleitende dürfte selbstverständlich auch hier nicht vorausgesetzt werden, d. h. es sei keine Zeit gegeben und den einfachen Wesen hafte nichts Zeitliches an. Fragte uns jemand, wann das einfache Wesen *A* entstanden sei, so müßten wir diese Frage als sinnlos zurückweisen. Seien nun zwei Wesen gegeben, dann müßten sie entweder gleichzeitig oder nacheinander entstanden sein. Die Ungereimtheit liegt auf der Hand. Herbart wäre also niemals auf die Idee gekommen, eine Konstruktion des intelligiblen Raumes zu unternehmen, wenn er in der Tat keinen Raum in der Erfahrung vorgefunden hätte. Besonders deutlich kommt diese Inkonsequenz Herbarts zum Vorschein beim Übergang aus dem eindimensionalen Raume in den zweidimensionalen Raum, bei der Konstruktion der Ebene. Nicht bloß die Entfernung des Wesens *C* von der starren Linie *A B* setzt die zweite Dimension voraus, sondern das bloße „Außerhalb der starren Linie“ ist ohne jene undenkbar. Wahrlich, wäre uns ein vierdimensionaler Raum gegeben, so hätte Herbart offenbar auch dessen Konstruktion unternommen und diese wäre ihm offenbar wie diejenige des dreidimensionalen Raumes gelungen. Daß er es dabei hat bewenden lassen, dürfte es als Grund angesehen werden, daß Herbart in der Tat „das Abzuleitende vorausgesetzt hat“.

[30]) Herbart, a. a. O. S. 202, § 262.
[31]) Vgl. darüber bei Hartenstein a. a. O. S. 306.

Dies wäre jedoch nur eine Inkonsequenz. An und für sich sind, wie gesagt, das Zusammen und Nichtzusammen der einfachen Wesen denkbar. Vom Herbartschen Standpunkt aus sind sie dagegen undenkbar. Einen Widerspruch nun möchten wir bei Herbart hervorheben. Er stellt einerseits Zusammen und Nichtzusammen einfacher Wesen als Gegensätze hin, hebt andererseits jeglichen Unterschied zwischen beiden auf. Auf ihrem Gegensatze beruhe eigentlich die ganze Konstruktion des intelligiblen Raumes. Auf die Frage, worin bestehe der Unterschied zwischen Aneinander und Ineinander, erfolgt die Antwort: wenn zwei Wesen aneinander sind, „so sind sie nicht zusammen, aber es ist nichts dazwischen.“ [32]) Wenn aber zwischen zwei aneinanderliegenden Wesen nichts vorhanden ist, so sehen wir nicht ein, worin sich das Aneinander vom Ineinander unterscheidet. Sind die zwei Wesen aneinander und ist doch nichts dazwischen, so müßten sie sich berühren. Berühren sie sich aber, dann fallen sie bekanntlich zusammen. Fallen sie zusammen, so sind sie nicht aneinander, sondern ineinander. Herbart hebt also jeglichen Unterschied zwischen dem Ineinander und dem Aneinander einfacher Wesen auf und erklärt sie doch für Gegensätze. Dies heißt sich widersprechen.

Wir gehen nun zum zweiten Hauptbegriff der Herbartschen Raumlehre über, nämlich zum Gedanken der teilweisen Durchdringung der teillosen Punkte, der, wie gesagt, den Wendepunkt vom Starren zum Kontinuierlichen darstellt. Daß diese Annahme einen Widerspruch in sich enthält, gibt auch Herbart zu; sie sei aber trotzdem in der Geometrie ebenso unentbehrlich wie etwa die Annahme der Wurzel aus — 1 in der Algebra.[33]) Und doch haben viele Schüler Herbarts eben an dieser seiner Annahme Anstoß genommen und sich zur Überwindung des in ihr steckenden Widerspruches genötigt gesehen, entweder die ganze Konstruktion des intelligiblen Raumes oder die Einfachheit der Realen aufzugeben. So schlägt Zimmermann den ersten Weg ein, indem er sowohl die Konstruktion der starren Linie, als auch den Begriff des teilbaren Aneinanders als sinnlos

[32]) Herbart, Allg. Metaphysik, T. II, S. 168.
[33]) Herbart, a. a. O. S. 212.

bezeichnet.[34]) Drobisch gibt dagegen die Einfachheit der Realen auf und nimmt so zu Herbart dieselbe Stellung ein, die Crusius zu Wolff eingenommen hatte. „Jedes einzelne Reale ist nämlich nicht ausgedehnt in dem Sinne, in welchem der Materie Ausdehnung zukommt; denn in dieser hat das Auseinanderseiende selbständige Existenz, jedes Element der Materie ist ideal. Jedes einzelne Reale ist aber ausgedehnt, sofern es unendlich teilbar gedacht werden muß und ohne Widerspruch gedacht werden kann, wobei aber den Teilen selbständige Realität nicht zukommt.“ Und etwas weiter fügt Drobisch hinzu: „Fassen wir dagegen die Realen als die absoluten Einheiten aller Ausdehnung auf, so wird sowohl Aneinanderreihung, als ihr unvollkommenes Zusammen verständlich und wir sehen uns von dem drückenden Widerspruche der Teilbarkeit des Punktes und seinen Konsequenzen befreit.“ [35])

Es kann nicht bezweifelt werden, daß Herbart in diesem wie auch im ersten Falle die Wahrheit in der Tat auf den Kopf gestellt hat. Daß wir diesen widersprechenden Begriff so hinnehmen müssen, wie er ist, weil er im engsten Zusammenhang mit den schon gewonnenen Raumbegriffen steht, ist ein großer Irrtum Herbarts. Seine Behauptung, die teilweise Durchdringung des Teillosen sei trotz aller Ungereimtheiten annehmbar, weil es sich dabei um bloße Fiktionen und nicht um reale Dinge handle, ist ganz verkehrt. In der Tat ist das Gegenteil davon die Wahrheit. Wir leugnen eine solche Durchdringung in Wirklichkeit, weil wir sie uns in abstracto nicht denken können, weil wir sie als denkunmöglich erkennen. Daß in der Algebra eine Teilbarkeit der Einheit angenommen wird, ist wohl verständlich, weil diese die Bedeutung einer relativen Einheit hat. Wer dagegen zuerst die ausdrückliche Behauptung aufstellt, die Einheiten haben keine Teile, und dann sich genötigt sieht, die teilweise Durchdringung derselben anzuerkennen, der muß nolens volens entweder die erste oder die zweite Behauptung aufgeben. Erkennt er nämlich die Richtigkeit der ersten Behauptung an, so leugnet er eben damit die Richtigkeit der zweiten und umgekehrt. Wer aber, wie Herbart, an beiden festhält, der hebt in der Tat beide auf. Indem Herbart in diese Lage geraten ist, hätte er entweder die einfachen Realen oder deren Durchdringlichkeit aufgeben sollen. Im ersten Falle aber bedürften wir keiner Konstruktion des intelligiblen Raumes, um das Diskrete und Kontinuierliche auszusöhnen: sie vertragen sich doch auch ohne sie. Die Konstruktion wäre also überflüssig. Im zweiten Falle dagegen liefert uns eben dieser logische Konflikt des Diskreten und des Kontinuierlichen, zu welchem die Konstruktion des intelligiblen Raumes geführt hat, den klarsten Beweis, daß sich das Diskrete und Kontinuierliche niemals werden zur Aussöhnung bringen lassen, oder wenigstens nicht auf diesem Wege, den Herbart dazu eingeschlagen hat.

[34]) Zimmermann, Herbart und Leibnitz. Eine Vergleichung ihrer Monadologien. Wien, 1849, S. 75 u. 72 ff.

[35]) Drobisch, a. a. O. in der Zeitschrift für exakte Phil., Bd. V, S. 159.

VI. Kapitel.

Die Lehre vom zweiförmigen diskreten Raum.

Die Idee des diskreten Raumes, die wir in den vorhergehenden Kapiteln in ihrer geschichtlichen Entwicklung verfolgt haben, findet heutzutage in B. Petronievics ihren entschiedensten Vertreter und bildet den Mittelpunkt seines Gedankensystems. Das entspricht dem allgemeinen metaphysischen Standpunkt Petronievics'. „Die richtigen mathematischen Begriffe sind der Schlüssel zur Auflösung des Welträtsels.“ Diese Worte unseres Philosophen, die als Motto am Titelblatt seines Hauptwerkes stehen, deuten zur Genüge an, welche Bedeutung nach ihm der Raumlehre zuzuschreiben ist. Im Laufe seiner metaphysischen Untersuchungen sah sich Petronievics genötigt, die Geometrie von der falschen empirischen und metaphysischen Grundlage, auf der sie ruht, zu befreien, was eine bedeutende Umdeutung derselben zur Folge hatte. Darüber spricht sich Petronievics selber folgendermaßen aus. „Ursprünglich lag es mir auch gar nicht im Plane, eine Umbildung der geltenden Geometrie vorzunehmen, es lag mir nur daran, das metaphysische Weltproblem aufzulösen. Die geltende Geometrie erwies sich aber bei meinen diesbezüglichen Bemühungen als ein so großes Hindernis, daß ich bald zum Bewußtsein kam, dieses Hindernis müsse weggeräumt werden, wenn das große Welträtsel gelöst werden solle. Und nachdem es mir gelang, das Hindernis wegzuräumen, habe ich meine ganze Aufmerksamkeit der Lösung jener Hauptaufgabe zugewendet.“ [1])

Nunmehr wollen wir dazu übergehen, die der neuen Geometrie zugrunde liegende Raumlehre in ihren Grundzügen kennen zu lernen. Die Raumlehre Petronievics muß von drei Standpunkten aus betrachtet und beurteilt werden: neben dem metaphysischen ist ein mathematischer und ein, wie Petronievics selber ihn bezeichnet, hypermetaphysischer Standpunkt in der Raumphilosophie zu unterscheiden. Vom ersten, metaphysischen Stand-

[1]) B. Petronievics, Prinzipien der Metaphysik, I. Bd., I. Abt. Allgemeine Ontologie und die formalen Kategorien; mit einem Anhang: Elemente der neuen Geometrie und drei Tafeln mit 56 geometrischen Figuren. Heidelberg, 1904, S. X.

punkt aus betrachtet, stellt Petronievics' Raumlehre einen ernsten und in der neuesten Philosophie einzig dastehenden Versuch, das Wolffsche Problem nach dem Zusammenhangsprinzip der letzten realen Raumelemente positiv zu lösen, dar. In dieser Hinsicht steht Petronievics in direktem Gegensatz zu Herbart, der, wie wir sahen, dem Wolffschen Problem eine negative Lösung geben zu müssen glaubte. Vom mathematischen Standpunkt aus betrachtet, ist diese Raumlehre als eine Synthese der beiden entgegengesetzten Lehren über den diskreten Raum, die in der Geschichte der Philosophie aufgetreten sind, zu bezeichnen. Diese gegensätzlichen Raumlehren haben wir in der zenonistischen Raumphilosophie einer- und in derjenigen von Wolff und Boscovich andererseits. Die Zenonisten lehren, wie wir's im ersten Kapitel sahen, der diskrete Raum sei aus lauter leeren, nichtseienden Punkten zusammengesetzt. Wolff und Boscovich, wie auch Berkeley und Hume, verfolgen das Ziel, den diskreten Raum aus lauter realen inhaltlichen Qualitätspunkten zusammenzusetzen. Gemeinsam ist diesen beiden gegensätzlichen Standpunkten über den diskreten Raum, daß man diesen als aus gleichartigen Punkten zusammengesetzt ansah. Diese beiden Standpunkten gemeinsame Voraussetzung ist nach Petronievics ein großer Irrtum. Der diskrete Raum sei nur dann möglich, wenn sowohl die leeren nichtseienden, als auch die realen inhaltlichen Punkte als unentbehrliche Bestandteile des direkten Raumes angenommen werden. Von hier aus stellt Petronievics jeglichen Unterschied zwischen realem diskreten und imaginärem kontinuierlichen Raum entschieden in Abrede. Der sogenannte geometrische Raum, sagt Petronievics ausdrücklich,[2]) fällt mit dem realen Raum völlig zusammen. In dieser Hinsicht ließe sich Petronievics' Raumlehre als eine Überwindung des von Wolff und Boscovich aufgestellten Dualismus in der Raumphilosophie, an dem in neuester Zeit, wie wir's im dritten Kapitel sahen, Fr. Evellin festhält, ansehen.

In der mathematischen Raumlehre hat Petronievics die mathematische Struktur des diskreten Raumes zu bestimmen gesucht. In der metaphysischen will er die metaphysische Möglichkeit und Notwendigkeit des realen diskreten Raumes feststellen. In der hypermetaphysischen hebt er die letzten begrifflichen Schwierigkeiten auf, die in dem Begriffe des diskreten Raumes liegen.[3])

Nun wollen wir im Folgenden diese drei Standpunkte in der Raumphilosophie Petronievics', mit dem mathematischen beginnend, der Reihe nach betrachten.

In seiner mathematischen Raumlehre sucht Petronievics vor allem alle

[2]) Petronievics, Pr. d. M. I., S. 252.

[3]) Die zwei ersten Raumlehren sind in der ersten, 1904 erschienenen Abteilung seiner „Prinzipien der Metaphysik" enthalten. Die dritte bringt Petronievics in dem dritten, den hypermethaphysischen Problemen gewidmeten Abschnitte der 1912 erschienenen zweiten Abteilung seines Hauptwerkes zur Darstellung.

diejenigen Schwierigkeiten zu beseitigen, die seit Zeno dem Eleaten und Aristoteles im Begriffe des diskreten Raumes entdeckt und seitdem immer wieder gegen dessen logische Möglichkeit gerichtet worden sind. Das wäre der negative Teil seiner mathematischen Raumlehre. Im positiven Teil derselben stellt Petronievics die positiven Grundbestimmungen des Raumes auf, deren Notwendigkeit sich aus rein mathematischer Behandlung des Raumbegriffes ergibt. Bevor wir zur Darstellung der positiven Bestimmungen der Raumlehre Petronievics' übergehen, müssen wir mit einigen Worten ihre negative Seite berücksichtigen.

Um die rein formal-logische Möglichkeit des diskreten Raumes zu zeigen, nimmt Petronievics zuerst den direkten Grund, der gegen die Möglichkeit des einfachen Raumpunktes und also gegen die Zusammensetzung des Raumes aus einfachen, unteilbaren Punkten gerichtet wird, in Angriff. Dieser direkte Grund, sagt Petronievics, tritt in drei gesonderten Formen auf. Erstens wird behauptet, der einfache Punkt sei der Größe nach gleich Null und, da aus Nichts Nichts wird, so lasse sich auch keine räumliche Größe aus derartigen Punkten bilden. Hier wird also aus der Unmöglichkeit des Punktes auf die Unmöglichkeit des diskreten Raumes geschlossen. Zwei andere Formen dieses Arguments besagen, der Raum lasse sich unmöglich aus einfachen Punkten zusammensetzen, da zwischen denselben kein realer Zusammenhang gedacht werden könne. Werden nämlich die einfachen Punkte in ihrer gegenseitigen Berührung gedacht, so leuchte ohne weiteres ein, daß sie entweder ineinanderfallen oder je ein Punkt infolge seiner unmittelbaren gleichzeitigen Berührung mit vielen umliegenden Punkten in eine Vielheit von einfacheren Bestandteilen zerfallen muß. Im ersten Falle hätten wir keine Ausdehnung; im zweiten jedoch würde sich das räumliche Diskretum ins räumliche Continuum verwandeln. In beiden Fällen also wäre der diskrete Raum undenkbar.[4])

In seiner ersten Form wird dieses Argument von Petronievics für ungültig erklärt, weil in ihm zwei grundverschiedene Begriffe identifiziert werden, nämlich die Größenlosigkeit und die Nichtexistenz. Diese zwei Begriffe jedoch müssen streng auseinandergehalten werden. Daß die realen Punkte unausgedehnt sind, das gibt Petronievics zu; daraus folgt aber keineswegs, daß der Punkt gleich Null gesetzt werden kann. Der reale den Raum zusammensetzende Punkt ist mit Inhalt erfüllt; infolge der Unausgedehntheit dieses Punktes darf keineswegs seine Inhaltlichkeit übersehen und er gleich Null gesetzt werden. Im Gegenteil, wenn wir die Inhaltlichkeit des realen Punktes ins Auge fassen, so ist klar, daß er notwendigerweise gleich 1 gesetzt werden müsse.

Hiermit ist also gezeigt, daß sich aus realen Punkten ganz gut eine Größe zusammengesetzt denken läßt. Diese diskrete Größe ist jedenfalls

[4]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 202—3.

keine Raumgröße; sie stellt vielmehr nur eine arithmetische Größe, d. h. eine Zahl dar. Ist aber einmal überhaupt die Möglichkeit einer realen diskreten Größe anerkannt, so ist klar, daß auch die Möglichkeit einer räumlichen diskreten Größe keineswegs ohne weiteres zu verwerfen ist.[5]) Durch den Hinweis auf jenen Widerspruch, der in der ersten Formulierung des direkten Grundes gegen die diskrete Raumgröße enthalten ist, hat ihn Petronievics tatsächlich entkräftet.

Viel schwerwiegender sind jedoch die zwei anderen Formen dieses Arguments, in denen der Begriff des diskreten Punktenzusammenhanges widerlegt wird. Durch diese Formulierungen wird wahrlich auf das Wesen des diskreten Raumes gewiesen, so daß erst durch ihre Widerlegung reale Möglichkeit des räumlichen Diskretums als erwiesen angesehen werden kann. Um diese beiden Gründe zu entkräften, nimmt Petronievics neben dem realen Mittelpunkt noch den irreellen Zwischenpunkt an: zwischen je zwei realen Mittelpunkten muß sich nach Petronievics ein irreeller Zwischenpunkt befinden. Dieser irreelle Zwischenpunkt spielt die Hauptrolle in der Petronievicsschen Raumlehre. Der irreelle Zwischenpunkt trennt die reellen Mittelpunkte und verhindert sie sowohl ineinanderzufallen, als auch infolge gegenseitiger unmittelbaren Berührung in einfachere Bestandteile zu zerfallen. Mit dieser Annahme, meint Petronievics, „verschwindet auch die letzte Schwierigkeit der Unmöglichkeit des Sichberührens einfacher Raumpunkte. Denn es berühren sich nicht mehr die einfachen Punkte so, daß zwischen denselben absolut nichts vorhanden ist, es ist der einfache irreelle Raumpunkt da, der sie trennt und verhindert ineinander hineinzufallen". Wenn man sich die gegenseitigen Verhältnisse der realen Raumpunkte auf diese Weise denkt, „dann kann man sehr gut begreifen, wie sich die einfachen realen Raumpunkte miteinander berühren können, ohne in Teile zu zerfallen oder ohne miteinander zusammenzufallen".[6])

In der Annahme des irreellen Zwischenpunktes als eines unentbehrlichen Raumteiles liegt das Eigentümliche der Petronievicsschen Raumlehre; durch sie zeichnet sich seine mathematische Raumlehre vor den Raumlehren aller seiner Vorgänger auf diesem Gebiete aus. Um mit Petronievics zur Einsicht in die Notwendigkeit dieser Annahme zu gelangen, müssen wir seine Antwort auf die Frage: wie sich die beiden Punktenarten zueinander verhalten, betrachten. Vom metaphysischen Standpunkt aus betrachtet, besteht zwischen diesen beiden Punktenarten ein tiefer Wesensunterschied: die realen Mittelpunkte sind als letzte Bestandteile der realen Materie inhaltlich, seinsartig; die sie trennenden Zwischenpunkte stellen leere, nichtseiende Lücken in der realen Materie dar. Vom arithmetischen Standpunkt aus jedoch liegt zwischen beiden Grundbestandteilen des realen

[5]) Petronievics, a. a. O. I., S. 132.

[6]) Petronievics, Pr. d. M. I., S. 205.

Raumes kein Unterschied: sowohl die realen Mittelpunkte als auch die leeren Zwischenpunkte müssen in arithmetischer Hinsicht gleich 1 gesetzt werden. Dies ist der richtige Sinn der Petronievicsschen Behauptung, die er folgendermaßen formuliert: „In formeller Hinsicht, d. h. in Hinsicht der Größe, besteht ja kein Unterschied zwischen den beiden Punktenarten, ihr Unterschied ist ja nur ein qualitativer, der eine ist mit realem Inhalt erfüllt, während der andere keinen solchen hat."[7]) Werden aber diese beiden Punktenarten rein geometrisch betrachtet und miteinander verglichen, so muß neben ihrem inhaltlichen qualitativen noch ein geometrisch-quantitativer Unterschied anerkannt werden, wie dies in Petronievics' Ausführungen in seiner erwähnten Abhandlung in den Annalen der Nat.-Phil., besonders deutlich hervorgeht. Die Nichtsummierbarkeit beider Punktenarten hat ihren Grund darin, daß reale Mittelpunkte nur in rein arithmetischem Sinne gleich 1 zu setzen sind; bei geometrischer Betrachtung jedoch sind sie ganz und gar zu vernachlässigen, d. h. gleich Null zu setzen, während die irreellen Zwischenpunkte letzte einfache geometrische Einheiten darstellen.[8]) Der hier geschilderte geometrische Unterschied beider Punktenarten besteht darin, daß die realen Mittelpunkte keine Entfernung zweier irreeller Zwischenpunkte darstellen, während die irreellen Zwischenpunkte gerade das elementare Entfernungsverhältnis zweier unmittelbar nebeneinander liegender realer Punkte bedeuten. In diesem elementaren Entfernungsverhältnis liegt nach Petronievics der letzte Grund der Ausdehnung des realen diskreten Raumes. „Denn die irrealen Punkte als solche," sagt Petronievics, „sind es, die die realen voneinander trennen, die dieselben räumlich machen, die dieselben in einen Raum setzen; zwei reale Punkte sind zwei, sind räumlich voneinander entfernt nur dadurch, daß zwischen denselben ein irrealer Raumpunkt da ist, der sie voneinander trennt und der so diese ihre Trennung und Entfernung bedeutet. Dasjenige also, was die Ausdehnung, was den Raum zum Raume macht, sind die irrealen Punkte, und ihnen ist

[7]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 241. Petronievics hat dieser Frage eine in den „Annalen der Naturphilosophie", Bd. IV, 1905, erschienene Abhandlung „Über die Größe der unmittelbaren Berührung zweier Punkte. Beitrag zur Begründung der diskreten Geometrie" gewidmet. In dieser Abhandlung führt Petronievics geometrische Beweise für die quantitative Gleichartigkeit beider Punktenarten an. Versuche man nämlich die irreellen Zwischenpunkte gleich Null zu setzen und die Größe der geometrischen Figuren in reale Mittelpunkte zu verlegen, so gerate man in Widerspruch mit dem pythagoreischen Lehrsatz. In den „P. d. M." I., behandelt Petronievics diese Frage auch auf S. 251 ff., wo er sich darüber folgendermaßen äußert: „Rein quantitativ also unterscheiden sich diese beiden Arten von Einheiten von einander gar nicht, ihr einziger Unterschied besteht in ihrem realen Inhalt, die einen sind nämlich mit einem solchen erfüllt, während die anderen mit einem solchen nicht erfüllt sind." Genauere quantitative Bestimmungen beider Punktenarten stellt Petronievics im hypermetaphysischen Teil seiner Raumlehre auf. Vgl. darüber „Pr. d. M." II., S. 441 ff.

[8]) Vgl. Ann. d. Nat.-Phil., Bd. IV, S. 264—67.

demgemäß bei der rein geometrischen Betrachtung des Raumes der Vorrang zu geben."[9])

Im engsten Zusammenhang mit der Zweiheit der den diskreten Raum bildenden Punktenarten steht die Tatsache der zwei grundverschiedenen Berührungsarten der realen Punkte. Die zwei realen Punkte, die sich unmittelbar berühren bezw. durch einen irreellen Zwischenpunkt voneinander getrennt sind, bilden ein Berührungsverhältnis, das von Grund aus verschieden ist von dem Berührungsverhältnis zweier realer Punkte, zwischen denen eine mittelbar durch andere reale Punkte gesetzte Entfernung vorhanden ist. Im ersten Falle haben wir eine reale, im zweiten eine imaginäre Berührungsart. Um uns diese wichtige Tatsache deutlich zu machen, müssen wir uns einer Figur bedienen. Die Figur 9 (S. 84) stellt eine dreieckige, aus lauter gleichseitigen elementaren Dreiecken zusammengesetzte diskrete Ebene dar. Ein Blick auf dieses Punktennetz wird uns belehren, die Punktenberührungen $A\ B$, $B\ C$, $C\ D$ usw. von den Punktenberührungen $A\ O$, $O\ M$, $M\ N$ . . . streng zu unterscheiden. Beide Punktenverhältnisse müssen als Berührungen aufgefaßt werden, da in beiden Fällen zwischen den betreffenden realen Punkten keine anderen realen Punkte vorhanden sind; in beiden Fällen sind die betreffenden realen Punkte durch leere Entfernungsverhältnisse voneinander getrennt. Nun sind leicht zwischen beiden Punktenberührungen folgende Unterschiede festzustellen: erstens, die Berührungsverhältnisse $A\ O$, $O\ M$ usw., sowie die Berührungen $A\ G$, $G\ J$, oder $A\ L$, $A\ K$, $A\ U$, $U\ T$ . . . sind stets größer als die realen, unmittelbaren Berührungen $A\ B$, $B\ C$ . . ., sowie die Berührungen $A\ E$, $E\ F$, $F\ H$, $H\ L$ usw., zweitens besteht zwischen beiden Berührungsarten ein, wir können sagen, qualitativer Unterschied: die unmittelbaren Berührungen stellen „ein reines Entfernungsverhältnis" dar, während die mittelbaren Berührungen „außerdem noch eine leere, unausgedehnte Lücke" darstellen. Dieser zweite zwischen beiden Berührungsarten bestehende Unterschied ist nach Petronievics „der wichtigste von allen".[10]) Auf Grund dieses Unterschiedes bezeichnet er die unmittelbaren Berührungen als real, die mittelbaren dagegen als imaginär. Der irreelle Zwischenpunkt stellt „eine negative Realisitätsart", wie Petronievics selbst es sagt,[11]) dar, da er, „um bestehen zu können, mit einer besonderen Realität erfüllt werden müsse". Die Existenz dieser Realität zu rechtfertigen, sowie deren Beziehung zu den realen Raumpunkten zu bestimmen, ist die Aufgabe der Metaphysik, worauf wir erst noch zu sprechen kommen werden. Und der dritte zwischen beiden Berührungsarten bestehende Unterschied liegt in der Abhängigkeit der imaginären von der reellen Berührungsart. Ohne die reelle Berührung gäbe

[9]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 252 und 251. Im Zusammenhang damit Anhang zu „Pr. d. M.", II., Anhang „Elemente d. n. Geometrie". Anm. 2, Lehrsatz 2, S. 345

[10]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 274.

[11]) Petronievics, a. a. O. in Ann. d. Nat.-Phil., Bd. IV, S. 244.

es ja keinen Raum und also auch keine imaginären Berührungen. Durch reelle Berührung allein, meint Petronievics, wird „die ursprüngliche Setzung des Raumes vollzogen." Dabei müsse die imaginäre Berührung als ein Nebenprodukt des reellen Berührungsverhältnisses angesehen werden, infolgedessen jene als sekundär, diese dagegen als primär bezeichnet werden könne.[12])

Nun ist es klar, daß im diskreten Raum neben den realen geraden Linien ebensolche imaginäre Geraden bestehen müssen. Das läßt sich leicht an der Fig. 9 sehen. Die Gerade $A\ D$ unterscheidet sich dadurch von der Geraden $A\ N$, daß jene aus realen, diese dagegen aus imaginären Berührungsverhältnissen zusammengesetzt ist. Die reellen Geraden sind alle untereinander gleichartig, und dies zwar aus dem Grunde, weil auch die sie zusammensetzenden reellen Berührungen keine Unterschiede untereinander zeigen. Unter den imaginären geraden Linien dagegen gibt es solche, die voneinander sehr verschieden sind, weil es ja unter den die imaginären Geraden zusammensetzenden imaginären Berührungen verschiedenartige gibt, wie es an der Fig. 9 leicht ersichtlich ist.

Die Tatsache der imaginären Geraden bezw. Berührungsverhältnisse ist für die diskrete Geometrie von weitgehender Bedeutung. Diese Bedeutung des imaginären Berührungsverhältnisses für die diskrete Geometrie hebt Petronievics selber mit folgenden Worten hervor. „Die Größe des Zwischenpunktes setze ich gleich 1 und dadurch bin ich in der Lage zu demjenigen Begriffe zu gelangen, der von grundlegender Bedeutung für die diskrete Geometrie ist, und das ist der Begriff der mittelbaren Berührung. Mit diesem Begriff steht und fällt die diskrete Geometrie."[13])

Nun ist vor allem darauf hinzuweisen, daß die Tatsache der imaginären Berührungen nur im zweiförmigen räumlichen Diskretum möglich ist. Denn würde der irreelle Zwischenpunkt geleugnet, resp. der Null gleichgesetzt, werden, d. h. würde der zweiförmige diskrete Raum zum einförmigen gemacht, dann müßten auch die imaginären Berührungen $= 0$ gesetzt werden, wobei selbstverständlich auch die imaginären Geraden verschwinden würden. Sind nun die imaginären Berührungen im einförmigen Diskretum unmöglich und ist der Vertreter des zweiförmigen räumlichen Diskretums nur auf Grund der Tatsache dieser Berührungen im Stande, sowohl Grundbegriffe der diskreten Geometrie zu definieren, als auch die Hauptschwierigkeiten einer solchen Disziplin zu beseitigen, dann ist es kein Wunder, daß fast alle früheren Vertreter des diskreten Raumes, sowohl Wolff und Boscovich, wie Fr. Evelin u. a., die Möglichkeit der diskreten Geometrie geleugnet hatten. Daß dem so ist, wollen wir zunächst an dem Begriff der Geraden zeigen. Petronievics stellt folgende Definition der Geraden auf. „Die Gerade ist eine solche Reihe (oder ein solches System)

[12]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 268.

[13]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. VI.

von Punkten, in der sich jeder nachfolgende Punkt nur mit einem vorhergehenden Punkte berührt." [14]) In dieser Definition der Geraden spielt die Rolle der differentia specifica, also das Merkmal des einmaligen Sichberührens der die Gerade zusammensetzenden realen Punkte. Und dem ist auch tatsächlich so. Vergleichen wir nämlich an der Fig. 9 die Gerade *A D* und die gebrochene Linie *A B O U*, so werden wir gleich sehen, daß, während die Gerade *A D* eine solche Punktenreihe darstellt, in der sich jeder Nachfolgepunkt nur mit einem vorhergehenden berührt, in der gebrochenen Linie *A B O U* jeder nachfolgende Punkt sich mit zwei vorhergehenden realen Punkten dieser Punktenreihe berührt. Sind wir nun einmal im Besitze einer einwandfreien Definition der Geraden, dann ist es leicht, auch die übrigen Raumgebilde, wie die Ebene u. s. w. zu definieren.[15])

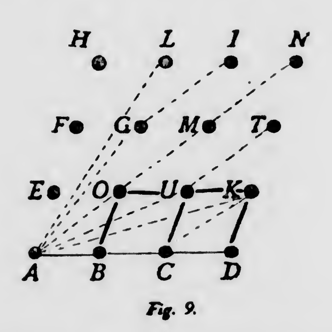


Fig. 9.

Nun wollen wir noch sehen, wie der diskrete Geometer auf Grund des imaginären Berührungsverhältnisses die Hauptschwierigkeit gegen die diskrete Geometrie zu überwinden vermeint. Seit jeher hatte man auf die Tatsache der Inkommensurabilität gewisser Bestandteile der Raumgebilde hingewiesen, um die Möglichkeit der diskreten Geometrie zu widerlegen. Diese und ähnliche Schwierigkeiten bestehen auf dem Standpunkte des zweiförmigen Diskretums nicht mehr. Hier sind nämlich verschiedenartige imaginären Geraden möglich. Der Hauptunterschied, der zwischen denselben unzweifelhaft existiert, ist derjenige, der uns zwingt, die imaginären Geraden in zwei Hauptklassen einzuteilen. Die eine Klasse bilden solche imaginären Geraden, die sowohl miteinander wie mit realen Geraden meßbar sind; zu der zweiten Klasse gehören solche imaginäre Geraden, die weder untereinander, noch mit den realen Geraden einen gemeinsamen Teiler haben. Das sind die irrationalen imaginären Geraden. Die Tatsache der imaginären Berührung ermöglicht es uns, über die Größenbeziehung der Diagonale eines Quadrats zu seinen Seiten uns Rechenschaft zu geben, und dadurch den ältesten und wichtigsten Einwand gegen die Möglichkeit der

[14]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 294 ff.
[15]) Vgl. darüber Petronievics a. a. O. S. 298 ff.

diskreten Geometrie abzulehnen. Die Diagonale eines Quadrats im zweiförmigen diskreten Raum kann unmöglich gleich der Seite des Quadrats sein, weil sie aus imaginären Berührungen besteht, die größer als die realen Berührungen sind.

Petronievics bekämpft ebenso entschieden die sogenannte nichteuklidische Geometrie. Der reale Raum ist euklidisch und die euklidische Geometrie steht aufrecht; dieser Geometrie sucht unser Philosoph eine richtigere Raumlehre zu Grunde zu legen. Der nichteuklidischen Geometrie dagegen spricht Petronievics jegliche reale Bedeutung ab. Diese Geometrie, meint er, sei als eine notwendige Folgerung aus dem Grundprinzip der geltenden Geometrie, nämlich aus dem Prinzip der Unendlichkeit entstanden. Nur im unendlichen räumlichen Continuum seien krumme Raumgebilde denkbar; im realen diskreten Raum dagegen sind keine derartige Raumgebilde möglich. Krumme Raumgebilde kommen nach Petronievics in der unmittelbaren Erfahrung nur als scheinbare Gebilde vor.[16]) „Eine Geometrie nun," sagt er, „die mit dem Grundprinzip der euklidischen und der nichteuklidischen Geometrie bricht, wie es die unserige ist, verwirft damit eo ipso die nichteuklidischen Raumformen vollständig und stellt fest, daß nur der euklidische Raum möglich und denkbar ist." [17])

Hiermit haben wir die Darstellung der Grundgedanken der mathematischen Raumlehre unseres Philosophen zu Ende gebracht, und nun wollen wir zu seiner metaphysischen Raumlehre übergehen.

Es ist die positive Aufgabe der Metaphysik des Raumes, die reale Möglichkeit aller Grundannahmen über den diskreten Raum, die sich vom mathematischen Standpunkt aus als notwendig erwiesen haben, zu zeigen. Im Gegensatz zu dieser positiven Seite der Metaphysik des Raumes möchten wir als deren negative Seite diejenigen Ausführungen unseres Philosophen bezeichnen, in denen andere bestehende oder nur logisch mögliche Raumkonzeptionen behandelt und bekämpft werden. Uns interessiert hier hauptsächlich jene erste Aufgabe der Metaphysik. Das Grundprinzip der diskreten Geometrie nun, das die Metaphysik zu rechtfertigen hat, ist das Prinzip der Zweiheit der den Raum zusammensetzenden Punkte. Von dieser Annahme hängt, wie gesehen, der ganze Aufbau der diskreten Geometrie ab. Zu diesem Zweck hat uns die Metaphysik auf die Frage zu antworten: Wie ist der irreelle Zwischenpunkt im Reiche der realen Wirklichkeit möglich? Petronievics ist sich der Schwierigkeit, die seiner Annahme des irreellen Zwischenpunktes anhaftet, bewußt und hebt sie unumwunden hervor. „Wenn dem Nichtseienden," sagt er,[18]) „nicht das Prädikat der Ausdehnung, so

[16]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 302—7.
[17]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 291. Petronievics behauptet im Gegensatz zu den Vertretern der nichteuklidischen Geometrie, das euklidische Postulat sei vom Standpunkt seiner diskreten Geometrie aus leicht zu beweisen. Vgl. darüber a. a. O. S. 292.
[18]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 255.

kann demselben auch das Prädikat der einfachen Nichtausdehnung nicht beigelegt werden, und so scheint demnach unser lückenloses reales Diskretum ganz ebenso und aus demselben Grunde unmöglich zu sein, aus dem das lückenhafte reale (und leere) Diskretum unmöglich ist.“ Diese Schwierigkeit ist nach Petronievics nur dann aufzuheben, wenn ein realer, außerräumlicher, beide realen Raumpunkte trennender Punkt angenommen wird. Durch die Trennungsfunktion, die vom außerräumlichen Punkte an den Raumpunkten ausgeübt wird, entsteht augenscheinlich der irreelle Zwischenpunkt im diskreten Raume. Die realen Raumpunkte würden, so könnte man sagen, gar nichts miteinander zu tun haben; sie hätten keine Beziehungen zueinander, wären weder in- noch außereinander, wenn ihre Beziehungen nicht etwas ebenso Reales wären, wie sie selbst es sind. Die den Raum setzenden einfachen Beziehungspunkte, die als solche außerhalb des Raumes liegen, sind nach Petronievics die einfachen quantitativen Negationsakte. In dieser Voraussetzung der quantitativen Negationsakte liegt der metaphysische Grund der realen Ausdehnung der Materie. Der leere Zwischenpunkt, der sich zwischen je zwei realen Mittelpunkten im Raume befindet, diese auseinander hält, wäre nach Petronievics an und für sich unmöglich, wenn man die Existenz der außerhalb des Raumes liegenden Negationsakte nicht annehmen möchte. Petronievics äußert sich darüber folgendermaßen: „Die leere, absolut unausgedehnte Lücke, welche notwendigerweise zwei reale Punkte des diskreten Raumes voneinander trennt, bleibt solange eine Unmöglichkeit, solange nicht etwas Reales vorausgesetzt wird, was diese Lücke als solche setzt und möglich macht.“ [19]) Dieses den irreellen Zwischenpunkt Setzende ist, wie schon gesagt, der quantitative außerräumliche Negationsakt.

Die Beziehung des Negationspunktes zu den beiden durch ihn getrennten Raumpunkten zu bestimmen, ist die Aufgabe der Hypermetaphysik. Die Metaphysik hat nur festzustellen, daß diese ihre Beziehung keine räumliche sein kann, d. h., daß der reale Negationsakt einerseits und ein realer Raumpunkt andererseits keine elementare „geometrische Entfernung“ bilden, wie dies die beiden realen Raumpunkte ihrerseits tun, „so daß wir mit Recht für die realen Raumpunkte einerseits und für den realen Negationspunkt anderseits behaupten können, daß sie absolut unmittelbar voneinander getrennt und miteinander verbunden sind.“ [20])

Nun wollen wir zum Schluß noch die hypermetaphysische Raumlehre unseres Denkers berücksichtigen.

Wie in der Mathematik und der Metaphysik, so interessieren wir uns auch hier in der Hypermetaphysik hauptsächlich um die positiven Raumbestimmungen, die Petronievics auf Grund einer strengen Auseinander-

---

[19]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 255. Im Zusammenhang damit Pr. d. M., II., S. 255, 264, 273.

[20]) Petronievics, Pr. d. M., I., S. 272.

setzung mit allen formell möglichen gegenteiligen Behauptungen aufgestellt hat. Es kommen dabei zunächst zwei logische Bestimmungen der den diskreten Raum setzenden Seinsprinzipien in Betracht. Erstens müssen wir sehen, wie ist die unräumliche Beziehung der Negations- zu den Raumpunkten und zweitens, wie ist die räumliche Beziehung beider durch einen Negationspunkt getrennten Qualitätspunkte ihrer Quantität nach zu denken.

Was nun die beiden eben erwähnten hypermetaphysischen Fragen des Raumes anbetrifft, so müssen wir vor allem beachten, daß diese Fragen unmöglich unabhängig voneinander zu beantworten sind; vielmehr setzt die Beantwortung der Frage nach der quantitativen Bestimmung des irreellen Zwischenpunktes die Antwort der Frage nach dem unräumlichen Verhältnisse des Negations- zu dem Raumpunkte voraus. Diese Bestimmung des irreellen Zwischenpunktes ihrer Quantität nach, ist die hypermetaphysische Deduktion der einfachen räumlichen Strecke, d. h. des direkten Raumes überhaupt und bildet daher die Kernfrage der ganzen Raumphilosophie unseres Denkers.

Auf die Frage nach der Beziehung des Negations- zu dem Raumpunkte antwortet Petronievics, daß diese Beziehung als ein außerräumlicher, leerer Punkt gedacht werden müsse. Leer sei dieser Punkt aus demselben Grunde, aus dem auch der räumliche irreelle Zwischenpunkt als leer gedacht werden mußte, nämlich weil er im Gegensatz zum realen Punkte inhaltlos ist. Als unräumlich aber muß dieser Punkt im Gegensatz zu irreellen räumlichen Punkten deswegen bezeichnet werden, weil er ein einfaches Entfernungs- bezw. Auseinanderverhältnis zweier realen Punkte darstellt, so daß dabei die auseinanderliegenden Punkte in keiner bestimmten Richtung zueinander stehen. Diese realen Punkte stehen zueinander im unräumlichen Nebeneinanderverhältnis, das, wie schon erwähnt, Petronievics neben dem räumlichen (und intensiven) postuliert.

Nun kommt es Petronievics darauf an, die logische Möglichkeit eines solchen richtungslosen Entfernungsverhältnisses nachzuweisen. Daß sich kein Richtungs- unabhängig vom Entfernungsverhältnis denken läßt, gibt Petronievics nicht nur zu, sondern behauptet vielmehr, dieses sei eine conditio sine qua non jenes ersten Verhältnisses. In einem kontinuierlichen Raume sei zwar ein richtungsloses Entfernungsverhältnis aus dem Grunde unmöglich, weil darin je zwei Punkte entweder ineinander oder weit voneinander sein könnten. Nebeneinander, d. h. a u ß e r e i n a n d e r und doch durch k e i n e räumliche Strecke voneinander getrennt, könnten sie im Continuum unmöglich existieren, da sie in ihrer Existenz durch den Raum bedingt sind, so daß sie im Falle ihres außereinanderseins zwei verschiedene Raumorte einnehmen würden; diese aber müssen im kontinuierlichen Raum immer durch eine Raumstrecke voneinander getrennt sein. „Da aber“, sagt Petronievics, „aus indirekten logischen Gründen ein kontinuierlicher Raum unmöglich und dieser letztere notwendigerweise ein Diskretum ist, so be-

steht keine prinzipielle Schwierigkeit gegen die Voraussetzung des richtungslosen Entfernungsverhältnisses zweier realen Punkte." [21])

Das richtungslose Entfernungsverhältnis, dessen logische Möglichkeit auf diese Weise nachgewiesen worden ist, besteht in der Wirklichkeit zwischen dem außerräumlichen Negationspunkt und den beiden durch ihn getrennten Raumpunkten. Die beiden Raumpunkte dagegen stehen in einer bestimmten Richtung zueinander und erst dadurch wird ihr Nebeneinander zum räumlichen einfachen Entfernungsverhältnis. Der außerräumliche je zwei realen Raumpunkte trennende Negationspunkt bewirkt also durch seine Trennungsfunktion nicht nur, daß die betreffenden Punkte außereinander, sondern daß sie auch in eine bestimmte Richtung zueinander gebracht werden. Diese Sachlage können wir uns an der Figur 10 veranschaulichen. Der Punkt *N* stellt den außerräumlichen Negationsakt dar; *A* und *B* sind die zwei durch *N* getrennten realen Raumpunkte. Während

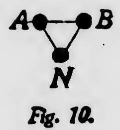


Fig. 10.

die Strecken *N A* und *N B* richtungslose Entfernungsverhältnisse darstellen, stellt die Strecke *A B* das einfache Richtungsverhältnis dar, und als solche ist sie als eine einfache geometrische Einheit anzusehen.

Worin besteht nun der Unterschied zwischen dieser geometrischen Einheit und dem richtungslosen Entfernungsverhältnis, das offenbar eine rein arithmetische Einheit bedeutet? Diese Beziehung beider Entfernungsverhältnisse läßt sich, meint Petronievics, dreifach auffassen. Entweder ist die geometrische Einheit drei absoluten Einheiten, oder einer absoluten Einheit, oder schließlich zwei absoluten Einheiten gleich zu setzen. Die beiden ersten Bestimmungen der einfachen geometrischen Einheit stellen sich beim näheren Zusehen als unmöglich heraus. Die erste Behauptung, die Behauptung nämlich, die elementare räumliche Strecke betrage drei absolute Einheiten, ist offenbar falsch, erstens weil in diesem Falle eine räumliche elementare Strecke gleich der Summe zweier unräumlicher Entfernungsverhältnissen wäre, was offenbar unmöglich und widersprechend ist, zweitens, weil dann die räumliche Strecke *A B* gleich der Summe des Negationspunktes plus zwei leere unräumliche Einheiten wäre, und das widerspricht dem Satze von der Unmöglichkeit des Gegebenseins des Negationspunktes im Raume. Die zweite Behauptung, die in der Gleichsetzung der geometrischen und der absoluten arithmetischen Einheit besteht, ist ohne weiteres zu verwerfen, weil in dem Falle zwischen dem räumlichen und dem unräumlichen Entfernungsverhältnis kein Unterschied bestünde. Es bleibt also nur noch die dritte Möglichkeit übrig, nämlich die elementare räumliche Strecke gleich zwei absoluten, arithmetischen Einheiten zu setzen. Bei dieser Voraussetzung verschwinden alle jene Schwierigkeiten, mit denen die beiden ersten Behauptungen behaftet sind. Nun ist aber, nach der ausdrücklichen Behauptung von Petronievics, diese seine Größenbestimmung des elementaren räumlichen Entfernungsverhältnisses nicht so zu verstehen, als ob der irreelle, räumliche Zwischenpunkt realiter genommen aus zwei absoluten Einheiten zusammengesetzt wäre. Eine solche Auffassung widerspricht der Einfachheit des elementaren räumlichen Entfernungsverhältnisses.

[21]) Petronievics, Pr. d. M., II., S. 438.

Die Behauptung, zwei nebeneinanderliegenden Punkte des Raumes stünden zueinander in einem Entfernungsverhältnis, das zwei absolute Einheiten beträgt, will nur sagen, daß dieses Verhältnis bei der Beseitigung des sie auseinanderhaltenden Negationspunktes eine Änderung erfahren würde: das räumliche Entfernungsverhältnis würde zum unräumlichen; die beiden auseinanderliegenden Punkte würden dabei näher zueinander rücken, sie würden in ein unräumliches Nebeneinanderverhältnis zueinander geraten.[22])

Durch diese hypermetaphysische Deduktion der einfachen Raumstrecke verschwindet auch der letzte Rest von Schwierigkeiten in der geometrischen Nichtsummierbarkeit realer Mittel- und irreeller Zwischenpunkte einer Geraden. Die räumliche Einheitsdistanz, welche der irreelle Zwischenpunkt darstellt, einerseits und der reale Raumpunkt anderseits, sind ihrer konkreten Größe nach aus dem einfachen Grunde nicht vergleichbar, weil der erste zwei und der zweite nur eine absolute Einheit beträgt, die Größe des zweiten also im Vergleich mit der Größe des ersten eine Null darstellt, resp. größenlos ist.[23])

In der bisherigen Darstellung dieses Kapitels haben wir die Grundprinzipien der Raumphilosophie Petronievics' wiedergegeben. Damit ist auch die Aufgabe dieser Abhandlung, die darin bestand, die Lebensfähigkeit der finitistischen Idee, einer Idee, die man schon lange ausgestorben und durch kritische Philosophie vernichtet glaubte, durch eine geschichtliche Darstellung nachzuweisen, beendet.



[22]) Vgl. Pr. d. M., II., S. 439—41.
[23]) Petronievics, Pr. d. M., II., S. 441—2


COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES
1010659595